

На правах рукописи



АХМЕТОВА Оксана Валентиновна

**ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ И ЛАМИНАРНЫХ
ТЕЧЕНИЙ В СКВАЖИНАХ**

Специальность 01.04.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Стерлитамак – 2017

Работа выполнена на кафедре общей и теоретической физики Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета

Научный консультант:

Доктор технических наук,
профессор, заслуженный деятель науки РБ,
Филиппов Александр Иванович

Официальные оппоненты:

Мусакаев Наиль Габсалямович
доктор физико-математических наук, доцент,
Тюменский филиал Института теоретической и
прикладной механики им. С.А. Христиановича
СО РАН, главный научный сотрудник, зам. ди-
ректора по научной работе

Хайруллин Мухамед Хильмиевич
доктор технических наук, профессор, Институт
механики и машиностроения КазНЦ РАН,
заведующий лабораторией подземной гидроди-
намики

Фатыхов Миннехан Абубарович
доктор физико-математических наук, профес-
сор, ФГБОУ ВО «Башкирский государственный
педагогический университет им. Акмуллы»,
заведующий кафедрой общей и теоретической
физики

Ведущая организация:

Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыко-
ва Национальной академии наук Беларуси

Защита состоится «25» мая 2017 года, в 16.00 часов, на заседании диссертационного совета Д 212.274.10 при Тюменском государственном университете по адресу: 625023, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, ауд.410.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте Тюменского государственного университета <https://diss.utmn.ru/sovet/diss-sovet-212-274-10/zashchita/296003/>

Автореферат разослан «18» февраля 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

С.Ю. Удовиченко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Проведение всесторонних комплексных исследований скважин и пластов в ходе регулирования и контроля разработки способствует наиболее полному извлечению углеводородного сырья и эффективному использованию новых технологий. Методы, основанные на интерпретации результатов измерений параметров термогидродинамических процессов, при этом играют особую роль. Развитие методов диагностики требует постоянного совершенствования физико-математических моделей полей давления и температуры в скважинах и пластах.

К числу важных проблем моделирования относятся задачи теплофизики, описывающие температурные поля в скважине и пласте при эксплуатации, результаты решения которых могут быть использованы для прогноза отложения парафинов и газовых гидратов, определения интервалов законной циркуляции, а также контроля процессов при технологических операциях, к числу которых относятся методы интенсификации нефтегазоизвлечения, включая гидроразрыв пласта (ГРП).

Основы теоретических расчетов физических полей при разработке нефтегазовых коллекторов были заложены А. Дарси, К.Э. Лембке, Н.Е. Жуковским, Н.Н. Павловским, М. Маскетом, Л.С. Лейбензоном, А.Ю. Намиотом, В.Н. Щелкачевым, И.А. Чарным, Л.И. Рубинштейном, П.Я. Полубариновой-Кочиной, М.А. Пудовкиным, А.Н. Саламатиним, В.А. Чугуновым, Г.И. Баренблаттом, В.М. Ентовым, В.М. Рыжиком, К.С. Басниевым, И.Н. Кочиной, В.М. Максимовым, В.Н. Николаевским, В.Г. Шуховым, Э.Б. Чекалюком и др., а после развиты С.Е. Купцовым, Р.А. Валиуллиным, В.Ф. Назаровым, А.Ш. Рамазановым, Р.Ф. Шарафутдиновым, В.М. Конюховым, В.А. Толпаевым, Е.П. Вольницкой, М.А. Моховым, А.М. Киреевым, Т.Ф. Манаповым, Ю.Ф. Коваленко и многими другими.

Однако, несмотря на большой объем научных исследований в этой области, отсутствуют аналитические решения задач теплопереноса, учитывающих слоистую неоднородность нефтегазового коллектора, анизотропию сред, нестационарность полей температуры и давления, взаимное влияние полей на границах соприкосновения сред, зависимость физических параметров от координат при решении соответствующих задач и режим течения флюида в скважине.

Задачи сопряжения о поле температуры в скважине, учитывающие перечисленные выше факторы, в общем случае являются нелинейными, уравнения содержат переменные коэффициенты, связанные с учетом зависимости профиля скорости и теплопроводности от радиальной координаты, а также плотности сжимаемой среды от вертикальной координаты. Кроме того, задача о температурном поле в скважине осложнена необходимостью учета температурного поля в пласте, определяющегося, в свою очередь, по-

лями давления и скоростей. Это означает, что необходимо рассматривать взаимосвязанные задачи о полях давления, скоростей, температуры в пласте и температурного поля в скважине. Основной причиной отсутствия аналитического решения такого рода задач следует признать недостаточную проработанность теоретических основ и отсутствие подходящих математических методов.

В работе показано, что решение теплофизических задач сопряжения, в том числе с переменными коэффициентами, может быть найдено с использованием асимптотического метода пространственного покоэффициентного осреднения, развитого на основе «в среднем точного» асимптотического метода.

Цель диссертационной работы – исследование температурных полей в скважинах при ламинарном и турбулентном течении флюида с учетом уточненной теории температурных полей в продуктивных пластах, использованных в задаче о температурном поле в скважине для определения граничной температуры поступающего в скважину потока – температурного сигнала пласта на основе асимптотических решений, полученных методом пространственного покоэффициентного осреднения.

Задачи исследования:

- развитие асимптотического метода для решения теплофизических (в том числе нелинейных) задач сопряжения с переменными коэффициентами;
- применение разработанных модификаций асимптотического метода к задаче о полях давления в слоисто-неоднородных пластах, особенно с произвольной зависимостью проницаемости от глубины залегания. Изучение закономерностей формирования фильтрационных полей путем расчетов пространственно-временных распределений давления в неоднородных ортотропных пластах на основе метода пространственного покоэффициентного осреднения;
- получение и теоретическое исследование аналитических решений задач о температурном поле при фильтрации нефти и воды в слоисто-неоднородном анизотропном пласте. Нахождение решения температурной задачи при фильтрации флюида асимптотическим методом. Расчеты пространственно-временных зависимостей для реальных нефтегазовых месторождений;
- получение асимптотического решения задачи о нестационарном теплообмене ламинарного и турбулентного потоков в скважине с учетом зависимости коэффициента турбулентной теплопроводности от радиальной координаты, теплоемкости и теплопроводности от температуры;
- изучение закономерностей формирования температурного поля в скважине на основании полученных асимптотических решений;
- обоснование достоверности, заключающееся в сопоставлении полученных решений с результатами других исследователей и экспериментальными

данными; сравнение в частных случаях нулевого и первого коэффициентов асимптотического решения с разложением точного решения задачи в ряд Маклорена.

Научная новизна. Впервые построена теория решения асимптотическим методом многослойных взаимосвязанных нелинейных задач сопряжения скважинной теплофизики и гидродинамики, содержащих переменные коэффициенты, и приведены ее приложения.

1. Развита асимптотический метод пространственного по коэффициентному осреднения, позволяющий строить приближенные аналитические решения задач скважинной теплофизики, содержащих переменные коэффициенты, нулевое приближение которого соответствует решению задачи, осредненной по ограниченной области (толщине пласта-коллектора или сечению скважины), а первое уточняет зависимость от координаты в области осреднения. Основная идея метода пространственного по коэффициентному осреднения заключается в применении разложения по формальному асимптотическому параметру в задаче для остаточного члена и последующем интегральном осреднении в ограниченной области задач для коэффициентов.

2. Решена гидродинамическая задача о полях давления, учитывающая произвольную слоистую неоднородность проницаемости пропластка и окружающих пластов; найдены аналитические решения задач, возникающих при отборе и закачке флюида в режимах постоянной депрессии и постоянного отбора в пластах со слоистой неоднородностью.

3. Построены асимптотические решения задач о температурном поле в неоднородном анизотропном нефтяном пласте, учитывающие теплообмен пласта с окружающими породами и баротермический эффект, в нулевом и первом приближениях.

4. Получены новые решения нелинейных задач сопряжения о теплообмене восходящего потока с произвольным аксиально-симметричным радиальным профилем скорости в скважине, учитывающие изменение турбулентного коэффициента теплопроводности от радиальной координаты, в нулевом и первом асимптотических приближениях.

Практическая значимость состоит в том, что разработанный новый метод расчета средней по сечению потока температуры, ее радиального профиля и установившихся значений обеспечивает возможности исследования особенностей формирования температурного поля в скважинах. Это позволяет идентифицировать и прогнозировать аномалии температурного поля в скважине, и открывает новые возможности исследования скважин и оптимизации условий их эксплуатации.

Полученные выражения для расчета баротермического эффекта в нефтегазовых коллекторах позволяют прогнозировать отклонение температуры в призабойной зоне от геотермической и определять на этой основе темпе-

ратурный сигнал пласта, практическое измерение которого позволяет обеспечить контроль за выработкой пласта.

Разработанный способ расчета температурных аномалий, возникающих вследствие изменения сечения потока при переходе в насосно-компрессорные трубы, образовании парафиновых отложений или газовых гидратов, позволяет уточнить методику выявления интервалов заколонной циркуляции.

На защиту выносятся следующие оригинальные результаты, соответствующие пункту 1 (*Фундаментальные, теоретические и экспериментальные исследования молекулярных и макросвойств веществ в твердом, жидком и газообразном состоянии для более глубокого понимания явлений, протекающих при тепловых процессах и агрегатных изменениях в физических системах.*) области исследований по специальности «01.04.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника»:

1. Новый аналитический метод исследования явлений тепло- и массопереноса в сложных неоднородных, анизотропных и многослойных средах, широко распространенных в природных и технических системах, основанный на асимптотическом представлении полей температуры и давления с требованием тривиальных решений осредненных задач для коэффициентов разложения остаточного члена – метод пространственного покоэффициентного осреднения. Метод позволяет также учитывать зависимость теплофизических параметров от температуры.

2. Объединенная термогидродинамическая модель температурного поля жидкости, текущей по скважине, окруженной сплошным массивом среды для ламинарного и турбулентного течений флюида в диапазоне температур 270–400 К и давлений от 1 до 200 атм., соответствующих реальным условиям скважинной эксплуатации нефтяных и газовых месторождений с учетом зависимости профиля скорости и коэффициента теплопроводности от радиальной координаты, теплоемкости и теплопроводности от температуры в скважине, построенная с использованием модификации асимптотического метода. Модель включает описание температурного поля, индуцированного нестационарными полями давления упругого режима течения в нефтяных пластах, которое выступает в качестве граничного условия задачи о температурном поле в скважине.

3. Представление асимптотическими формулами температурного поля флюида, текущего по скважине и обменивающегося теплом с окружающим ее сплошным массивом среды, учитывающее источники тепла, реальный профиль скорости флюида и зависимость теплоемкости от температуры, а коэффициента теплопроводности – от радиальной координаты и температуры.

4. Зависимости радиальных профилей температуры при теплообмене турбулентного и ламинарного потоков от теплофизических свойств среды, геометрических параметров и дебита скважины, позволяющие определить

температурные отклонения, обусловленные смещением термометра относительно оси (или стенки) скважины (основной систематической погрешности термокаротаж). Установленный на основании анализа полученных формул и расчетов преобладающий вклад дебита, коэффициентов теплопроводности флюида и окружающих пород и незначительное влияние пространственной позиции точки измерения по направлению потока.

5. Установившиеся распределения температурного поля при ламинарном и турбулентном теплообмене в скважине, полученные из асимптотического решения для первого коэффициента разложения с использованием разработанного алгоритма.

6. Осредненное температурное поле аксиально-симметричного потока, в том числе турбулентного и ламинарного, инвариантно относительно радиальных профилей скорости и коэффициента теплопроводности, т.е. одинаково для любых режимов течения несжимаемой жидкости при одинаковой средней скорости и всех остальных идентичных параметрах. Осредненное температурное поле определяет режим малодебитных скважин, поскольку при дебитах меньше 5 т/сут. и геотермическом градиенте 0.02 К/м максимальная разница температур между стенкой и осью скважины не превышает 0.05 К.

Методы исследования и фактический материал. Основным методом решения математических задач, представленных в диссертационной работе, является разработанный автором асимптотический метод пространственного покоэффициентного осреднения. Кроме того, для получения аналитических зависимостей, представленных в работе, использованы широко известные: метод характеристик, асимптотический метод малого параметра, интегральные преобразования. Графические зависимости рассчитаны с использованием стандартных математических программных пакетов. В качестве фактического материала для верификации разработанной теории использованы экспериментальные кривые, опубликованные в работах Э.Б. Чекалюка, Ю.М. Проселкова и А.И. Филиппова.

Достоверность полученных результатов обеспечивается следующими положениями:

- применением в качестве исходных посылок фундаментальных физических законов;
- математической строгостью методов решения и идентичностью решений, полученных различными способами;
- совпадением коэффициентов асимптотического разложения с соответствующими членами разложения точного решения в ряд Маклорена в частных случаях, допускающих точное решение;
- согласованностью результатов, полученных другими исследователями, с частными случаями решенных задач;
- соответствием полученных выводов экспериментальным данным.

Личный вклад автора. Научные результаты, вынесенные на защиту, получены автором самостоятельно. Полученные результаты основаны на теоретических исследованиях научной школы профессора А.И. Филиппова, где при участии автора диссертации разработан «в среднем точный» асимптотический метод, позже усовершенствованный автором диссертации для решения задач с переменными коэффициентами.

Апробация результатов. Результаты работы обсуждались

- на следующих научных конференциях: Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы», посвященная 80-летию академика РАН В.А. Ильина (Стерлитамак, 2008), ВНКФСФ 16: Шестнадцатая Всероссийская научная конференция студентов – физиков и молодых ученых (Волгоград, 2010), Всероссийская молодежная научная конференция «Мавлютовские чтения» (Уфа, 2010), Десятая международная научно-практическая конференция «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности» (Санкт-Петербург, 2010), Международная научно-практическая конференция «Тенденции развития научных исследований» (Киев 2010), VIII Международная научно-практическая конференция «Наука и современность – 2011» (Новосибирск, 2011), Всероссийская научная конференция «Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы» (Стерлитамак, 2011), Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука. Технология. Производство» (Салават, 2012), III Всероссийская научная конференция студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов «Математическое моделирование развития северных территорий Российской Федерации» (Якутск, 2012), XIV Минский международный форум по тепло- и массообмену (Минск, 2012), XIII Международная научно-практическая конференция «Естественные и математические науки в современном мире» (Новосибирск, 2013), XIV Международная научно-практическая конференция «Естественные и математические науки в современном мире» (Новосибирск, 2014), XXX Международная научно-практическая конференция «Инновации в науке» (Новосибирск, 2014), Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука. Технология. Производство» (Салават, 2015), IV Всероссийская научно-практическая конференция, посвященная 75-летию физико-математического факультета «Математическое моделирование процессов систем» (Стерлитамак, 2015), XV Минский международный форум по тепло- и массообмену (Минск, 2016), Международная конференция «Современные проблемы математической физики и вычислительной математики», приуроченная к 110-летию со дня рождения академика А.Н. Тихонова (Москва, 2016), XLVIII Международная научно-практическая конференция «Естественные и математические науки в современном мире» (Новосибирск, 2016),

- и научных семинарах: лаборатории дифференциальных уравнений Стерлитамакского филиала Академии наук РБ (руководитель – д.ф.-м.н., проф., чл. корр. АН РБ Сабитов К.Б.) (Стерлитамак 2006 – 2015), кафедры теоретической физики (руководитель – д.т.н., профессор А.И. Филиппов) (Стерлитамак – 2006 – 2016), кафедры общей и теоретической физики Баш ГПУ им. М. Акмуллы (руководители – д.ф.-м.н., проф. М.А. Фатыхов, д.ф.-м.н., проф. И.А. Фахретдинов) (Уфа, декабрь 2008), кафедры механики жидкости и газа (руководитель – д.ф.-м.н., проф., чл.- корр. АН РБ Шагапов В.Ш.) (Бирск, февраль 2009), кафедры нефтегазовой и подземной гидромеханики РГУ нефти и газа им. Губкина, (руководитель – д.т.н., проф., академик РАЕН, В.В. Кадет) (Москва, май 2013), института механики им. Р.Р.Мавлютова УНЦ РАН (Уфа, апрель 2016).

Результаты работы конструктивно обсуждались коллективами кафедр математического моделирования (д.ф.-м.н., профессор Кризский В.Н.), прикладной математики и механики (д.ф.-м.н., профессор Гималтдинов И.К.), математического анализа (д.ф.-м.н., профессор Сабитов К.Б.), общей физики (д.ф.-м.н., профессор Биккулова Н.Н.) Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета. Всем им автор выражает глубокую благодарность.

Публикации. Основные результаты опубликованы в 65 работах, отражающих содержание диссертации, в том числе, 16 – в журналах, входящих в перечень изданий ВАК РФ, 15 – в журналах, входящих в международные базы цитирования.

Объем и структура работы. Работа состоит из введения, 6 глав основного содержания, заключения, списка литературы, 7 приложений. Работа содержит 421 страницу, 5 таблиц, 88 рисунков и 323 библиографические ссылки.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются цели и задачи исследования, отмечается научная новизна и практическая значимость результатов, приводятся положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** описаны физические процессы, происходящие в скважине и пласте при отборе углеводородов. Приведен обзор исследований температурных полей и полей скоростей в скважине, а также полей температуры и давления в нефтегазовых коллекторах. Рассмотрен краткий вывод основных уравнений, описывающих теплообмен флюида в скважине с окружающим массивом среды. Обоснованы допущения и осуществлена постановка задач математической модели температурного поля жидкости, теку-

щей в скважине, окруженной сплошным массивом, при ламинарном и турбулентном режимах. Осуществлено описание развитого автором асимптотического метода пространственного покоемкоэффициентного осреднения, использованного для решения задач о взаимосвязанных полях температуры, давления и скоростей, определяющих явления теплопереноса в системе «скважина – пласт».

В **разделе 1.1** установлены границы применимости модели. Определены эффективные параметры плотности, скорости, теплоемкости и теплопроводности

$$\rho = \sum_{i=1}^3 s_i \rho_i, \quad \bar{v} = \sum_{i=1}^3 \rho_i s_i \bar{v}_i / \sum_{i=1}^3 \rho_i s_i, \quad \tilde{n} = \sum_{i=1}^3 \rho_i c_i s_i / \sum_{i=1}^3 \rho_i s_i, \quad \lambda = \sum_{i=1}^3 s_i \lambda_i,$$

где i – номер фазы (1 – газ, 2 – нефть, 3 – вода), s_i – объемное содержание i -ой фазы, $s_1 + s_2 + s_3 = 1$, ρ – средняя плотность смеси, \bar{v} – средняя объемная скорость трехфазного потока, c – средняя теплоемкость смеси, λ – средняя теплопроводность смеси, с использованием которых, задача описания трехфазного потока сведена к задаче для эквивалентного однофазного флюида. Представлены формулы для определения радиальных профилей скорости и теплопроводности турбулентного и ламинарного потоков, найденные на основе уравнений Сполдинга и Пуазейля.

Раздел 1.2 содержит вывод уравнения конвективной теплопроводности с источниками тепла для несжимаемого флюида. Для определения температуры флюида на входе в скважину в **разделе 1.3** выведено уравнение энергии, описывающее баротермический эффект в пласте, обусловленный нестационарными полями давления упругого режима течения в нефтяных пластах.

В **разделе 1.4** представлена математическая формулировка задачи о температурном поле в скважине. Ось z_d цилиндрической системы координат направлена вдоль оси скважины с началом отсчета $z_d = 0$ на забое. Флюид в скважине и окружающие породы с плотностями ρ и ρ_1 , теплоемкостями c и c_1 , коэффициентами теплопроводности λ_r , λ_z и λ_{r1} , λ_{z1} участвуют в тепловом взаимодействии. Функция плотности источников q_d включает слагаемое $-\eta c r^2 \bar{g} \bar{v}$, определяющее адиабатический эффект в восходящем потоке, и другие возможные источники тепла q_{sd} .

Исследование температурных полей ламинарных и турбулентных потоков сведено к решению нелинейной задачи о нестационарном теплообмене несжимаемой жидкости в скважине радиуса r_0 (рис. 1)

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \lambda_{r1} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \right) - \lambda_{z1} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2} = 0, \quad r_d > r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0, \quad (1)$$

$$c\rho\left(+\sigma^*\right)\left(-\theta^*\right)\frac{\partial\theta}{\partial t}-\lambda_r\frac{1}{r_d}\frac{\partial}{\partial r_d}\left(r_d\lambda\left(\frac{r_d}{r_0}\right)\right)\left(+\gamma^*\right)\left(-\theta^*\right)\frac{\partial\theta}{\partial r_d}-$$

$$-\lambda_z\frac{\partial^2\theta}{\partial z_d^2}+c\rho\left(+\sigma^*\right)\left(-\theta^*\right)\sum_0R\left(\frac{r_d}{r_0}\right)\frac{\partial\theta}{\partial z_d}=q_d,\quad r_d<r_0,\quad t>0,\quad z_d>0,$$

$$\theta|_{t=0}=\theta_{01}-\Gamma z_d,\quad \theta_1|_{r=0}=\theta_{01}-\Gamma z_d,\quad \theta|_{r_d=r_0}=\theta_1|_{r_d=r_0},\quad (3)$$

$$\left(\lambda_r\lambda\left(\frac{r_d}{r_0}\right)\left(+\gamma^*\right)\left(-\theta^*\right)\frac{\partial\theta}{\partial r_d}\right)\bigg|_{r_d=r_0}=\lambda_{r1}\frac{\partial\theta_1}{\partial r_d}\bigg|_{r_d=r_0},\quad (4)$$

$$\theta_1|_{r_d\rightarrow\infty}=\theta_{01}-\Gamma z_d,\quad \theta|_{z_d=0}=\theta_{10},\quad (5)$$

которая включает два переменных коэффициента, описывающих радиальные профили скорости $R(r_d/r_0)$ и коэффициента теплопроводности $\lambda(r_d/r_0)$, а также зависимость коэффициентов объемной теплоемкости и теплопроводности от температуры (обоснование вынесено в Приложение А).

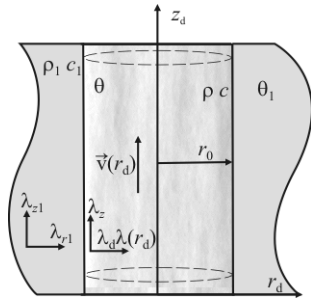


Рис. 1. Геометрия задачи о нестационарном теплообмене турбулентного потока

Указанные линейные функции представляют сумму первых двух слагаемых рядов Тейлора $\tilde{\theta}=\lambda^*\left(+\sigma^*\right)\left(-\theta^*\right)$, $\lambda=\lambda^*\left(+\gamma^*\right)\left(-\theta^*\right)$, где θ^* – температура в точке линеаризации, $c^*=c\left(\theta^*\right)$, $\lambda^*=\lambda\left(\theta^*\right)$, $\sigma^*=\frac{1}{c^*}\frac{\partial c}{\partial\theta}\bigg|_{\theta=\theta^*}$ и


$\gamma^*=\frac{1}{\lambda^*}\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}\bigg|_{\theta=\theta^*}$ – температурные коэффициенты теплоемкости и теплопроводности соответственно.

Величина температурного коэффициента теплопроводности лежит в пределах от $0.4\cdot 10^{-5}$ до $0.2\cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$. Изменение коэффициента теплопроводности нефти в температурном диапазоне $40\text{--}190^\circ\text{C}$ составляет 2–5 %. Температурный коэффициент теплоемкости нефти и окружающих пород в температурном диапазоне $20\text{--}175^\circ\text{C}$ изменяется от $0.1\cdot 10^{-2}$ до $0.2\cdot 10^{-2}\text{ K}^{-1}$, при этом рост теплоемкости составляет от 14 % до 24 %. Обсуждаемые темпера-

турные коэффициенты представляется маленькими величинами и могут быть приняты в качестве малых параметров задачи.

В **Приложении А** показано, что зависимость вязкости от температуры влияет на поле давления и практически не влияет на температурное поле.

Поскольку профили скорости и теплопроводности заданы в произвольном виде, то задача в такой постановке описывает более широкий круг задач теплообмена для любых течений с аксиально симметричными профилями скорости. В предшествующих работах представленная задача не рассматривалась в силу математических трудностей, преодоление которых стало возможным благодаря использованию развитого автором асимптотического метода.

Раздел 1.5 содержит описание физических процессов, определяющих температурное поле в пласте. В **разделе 1.6** сформулирована задача для определения функции температурного сигнала пласта θ_{10} , представляющей отклонение температуры флюида в призабойной зоне от геотермической (условие (5) задачи (1)–(5)). В цилиндрической системе координат исследуемая среда представлена тремя областями с плоскими границами раздела $z_d = \pm h$, перпендикулярными оси z_d (рис. 2). Математическая постановка задачи для температурного поля θ_1, θ_2 покрывающего (с теплопроводностями $\lambda_{r1}, \lambda_{z1}$ и теплопроводностями a_{r1}, a_{z1}) и подстилающего массивов ($\lambda_{z2}, \lambda_{r2}, a_{r2}, a_{z2}$) представляется уравнениями теплопроводности ($\lambda_{r1} \ll \lambda_{z1}, \lambda_{r2} \ll \lambda_{z2}$)

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = a_{z1} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2}, z_d > h, t > 0, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = a_{z2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z_d^2}, z_d < -h, t > 0. \quad (6)$$

В средней области толщины $2h$ ($\lambda_z, \lambda_r, a_r, a_z$), ($\lambda_r \ll \lambda_z$) уравнение температуры θ баротермического процесса представляется как

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_d(r_d, t) \frac{\partial \theta}{\partial r_d} - a_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} = Q_d(r_d, t), |z_d| < h, r_d > 0, t > 0. \quad (7)$$

Функция источников тепла, входящая в (7), зависит от градиента и динамики давления

$$Q_d(r_d, t) = -u_d(r_d, t) \varepsilon_{d,ef} \frac{\partial P_d}{\partial r_d} + \eta_{d,ef} \frac{\partial P_d}{\partial t} + q_d. \quad (8)$$

где $\varepsilon_{d,ef}$ и $\eta_{d,ef}$ эффективные значения коэффициентов Джоуля – Томсона и адиабатического соответственно, $u_d(r_d, t)$ – скорость конвективного переноса тепла. Источник тепла q_d учитывает действие электромагнитных излучений, химических реакций при взаимодействии соляной кислоты с карбо-

натной составляющей скелета, конденсацию горячего пара и т.д.

На границах раздела заданы условия равенства температур и тепловых потоков

$$\theta \Big|_{z_d=h} = \theta_1 \Big|_{z_d=h}, \quad \theta \Big|_{z_d=-h} = \theta_2 \Big|_{z_d=-h}, \quad (9)$$

$$\lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z_d} \Big|_{z_d=h} = \lambda_{z1} \frac{\partial \theta_1}{\partial z_d} \Big|_{z_d=h}, \quad \lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z_d} \Big|_{z_d=-h} = \lambda_{z2} \frac{\partial \theta_2}{\partial z_d} \Big|_{z_d=-h}, \quad (10)$$

температурные возмущения в начальный момент времени и граничные условия

$$\theta \Big|_{t=0} = \theta_0 - \Gamma z_d, \quad \theta_1 \Big|_{t=0} = \theta_0 - \Gamma h - \Gamma_1 \llcorner_d - h \rceil, \quad \theta_2 \Big|_{t=0} = \theta_0 + \Gamma h - \Gamma_2 \llcorner_d + h \rceil, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \theta \Big|_{r+z_d \rightarrow \infty} &\rightarrow \theta_0 - \Gamma z_d, \quad \theta_1 \Big|_{r+z_d \rightarrow \infty} \rightarrow \theta_0 - \Gamma h - \Gamma_1 \llcorner_d - h \rceil, \\ \theta_2 \Big|_{r-z_d \rightarrow \infty} &\rightarrow \theta_0 + \Gamma h - \Gamma_2 \llcorner_d + h \rceil, \end{aligned} \quad (12)$$

где θ_0 – невозмущенная температура поверхности $z_d = 0$, Γ , Γ_1 , Γ_2 – геотермические градиенты в соответствующей области. В простейших случаях достаточно использовать известные аналитические формулы нестационарных полей давления, градиенты которых входят в выражение источников тепла (8), полученные ранее для однородной изотропной среды. Однако развитый в диссертации метод позволяет учесть вертикальную неоднородность анизотропных пластов, учет которой важен для практических приложений.

Такая возможность иллюстрируется на примере задачи о поле давления для трехслойной среды. Используемая модель массопереноса в пласте является существенным развитием использованных ранее моделей однородных пластов. Действительно, в большинстве случаев центральная часть пласта, подвергаемая перфорации, является наиболее проницаемой. Она окружена сверху и снизу неперфорированным слабопроницаемым массивом, который можно считать полубесконечным, поскольку возмущения давления в слабопроницаемых средах быстро убывают.

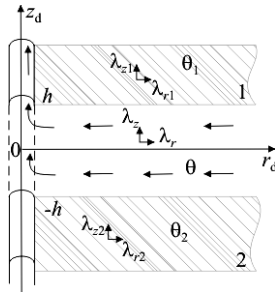


Рис. 2. Геометрия задачи о температурном поле при фильтрации флюида к скважине

В разделе 1.7 описан вывод фильтрационно-волнового уравнения для поля давления в анизотропном пласте; показано, что при устремлении к бесконечности скорости распространения возмущений давления полученное волновое уравнение сводится к уравнению пьезопроводности.

В разделе 1.8 представлена математическая постановка задачи о поле давления (рис.3), которая включает уравнения пьезопроводности для всех областей

$$\frac{\partial P_{d1}}{\partial t} - \chi_{r1} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial P_{d1}}{\partial r_d} \right) - \chi_{z1} \frac{\partial^2 P_{d1}}{\partial z_d^2} = 0, \quad t > 0, \quad r_d > 0, \quad z_d > h, \quad (13)$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial t} - \chi_r(z_d) \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial P_d}{\partial r_d} \right) - \chi_z(z_d) \frac{\partial^2 P_d}{\partial z_d^2} = 0, \quad t > 0, \quad r_d > 0, \quad -h < z_d < h, \quad (14)$$

$$\frac{\partial P_{d2}}{\partial t} - \chi_{r2} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial P_{d2}}{\partial r_d} \right) - \chi_{z2} \frac{\partial^2 P_{d2}}{\partial z_d^2} = 0, \quad t > 0, \quad r_d > 0, \quad z_d < -h. \quad (15)$$

Соответствующие коэффициенты пьезопроводности χ определяются отношением $\chi = k / (\mu m \beta)$, где k – проницаемость пласта, m – пористость пласта, β – сжимаемость системы, μ – вязкость фильтрующей жидкости.

Условия сопряжения представляют равенства давлений и скоростей фильтрации в вертикальном направлении на границах раздела пластов

$$P_{d1}|_{z_d=h} = P_d|_{z_d=h}, \quad P_{d2}|_{z_d=-h} = P_d|_{z_d=-h}, \quad (16)$$

$$k_{z1} \frac{\partial P_{d1}}{\partial z_d} \bigg|_{z_d=h} = k_z \frac{\partial P_d}{\partial z_d} \bigg|_{z_d=h}, \quad k_{z2} \frac{\partial P_{d2}}{\partial z_d} \bigg|_{z_d=-h} = k_z \frac{\partial P_d}{\partial z_d} \bigg|_{z_d=-h}, \quad (17)$$

$$P_d|_{t=0} = P_{d1}|_{t=0} = P_{d2}|_{t=0} = P_0. \quad (18)$$

На границе со скважиной в интервале центрального пласта выполняется предельное условие

$$\frac{k_r}{\mu} \lim_{r_{d0} \rightarrow 0} r_{d0} \frac{\partial P_d}{\partial r_d} \bigg|_{r_d=r_{d0}} = -\frac{Q}{4\pi h}, \quad -h < z_d < h. \quad (19)$$

Окружающие пласты считаются изолированными от скважины

$$\frac{\partial P_{d1}}{\partial r_d} \bigg|_{r_d=r_{d0}} = 0, \quad \frac{\partial P_{d2}}{\partial r_d} \bigg|_{r_d=r_{d0}} = 0, \quad |z_d| > h. \quad (20)$$

Особую привлекательность решение сформулированной задачи имеет в связи с практической необходимостью изучения влияния горизонтальных трещин, возникающих при гидроразрыве пласта, на его выработку.

Предполагается, что решения сформулированных выше задач являются регулярными на бесконечности, т.е. при устремлении пространственных координат в бесконечность искомое решение, а при необходимости и его производная, обращаются в нуль.

Отметим, что частные случаи каждой из представленных в работе задач (1)–(5), (6)–(12) и (13)–(20) в отдельности являлись объектами многочисленных докторских и кандидатских исследований, цитированных в обзоре литературы. Замечательно, что развитый в данной работе метод позволил построить решения всех сформулированных задач на единой платформе, что

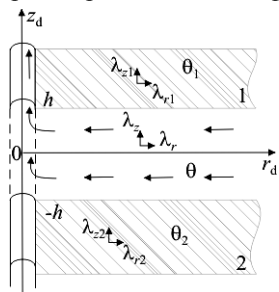


Рис. 3. Геометрия задачи о радиальной фильтрации в слоисто неоднородном пласте

развитый асимптотический метод описан совокупностью важнейших этапов его применения (рис. 4) к представленным выше задачам тепломассопереноса. При использовании этого метода в исходную задачу формально вводится параметр асимптотического разложения. Для детального расчета полей температуры и давления возникает необходимость построения нулевого (этап 4) и первого (этап 9) коэффициентов разложения, погранслоиных функций (этап 12) и оценочных выражений для остаточного члена (этап 8).

Установлено, что нулевой коэффициент разложения при этом описывает асимптотически осредненные по ограниченным пространственным областям значения физических полей (этап 5) и в частных случаях найденные решения совпадают с выражениями, полученными по схеме сосредоточенной емкости. Для задач с переменными коэффициентами построение нулевого коэффициента асимптотического разложения представляет оригинальную процедуру осреднения, которая не может быть осуществлена на основе интегрального осреднения исходных уравнений. При построении первого коэффициента асимптотического разложения (этап 6) возникает проблема определения добавочных условий, которые получены из требования тривальности решения задач для коэффициентов асимптотического разложения остаточного члена.

Обоснование этого факта важно для концептуальной оценки близости искомого точного решения и асимптотического. Выражение для первого коэффициента разложения позволяет определить «погрешность» осредненных значений термодинамических параметров. Оно, на самом деле, более детально описывает физические поля в области осреднения. Кроме того, именно из этих выражений при формальном устремлении времени к беско-

позволяет утверждать о создании объединенной термогидродинамической модели, учитывающей неоднородность и анизотропию свойств природных объектов, а также зависимость их теплофизических свойств от температуры.

Для нахождения аналитического решения задач использован асимптотический метод пространственного покоэффициентного осреднения, созданный при участии автора диссертации для решения задач сопряжения с переменными коэффициентами. В разделе 1.9

нечности следуют установившиеся (или стационарные) значения исследуемого поля (этап 11). В этом смысле построение первого коэффициента разложения решает важнейшую задачу определения установившихся решений ряда задач теории теплопроводности и пьезопроводности.

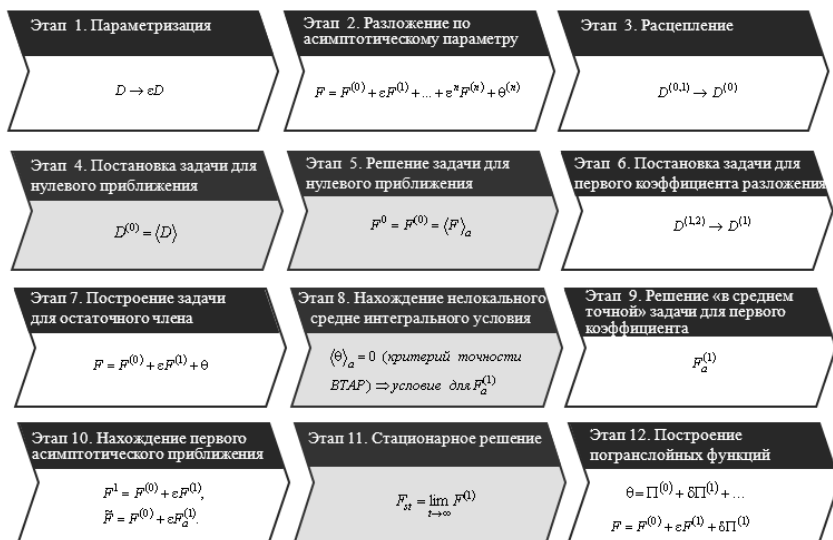


Рис. 4. Схема построения асимптотического решения задач тепломассобмена методом пространственного покоэффициентного осреднения

В разделе 1.9 в качестве примера практической реализации, осуществлено также применение развитого метода к задаче сопряжения о квазистационарном поле давления в слоисто-неоднородном ортотропном пласте, компоненты проницаемости которого зависят от вертикальной координаты. Приведен частный случай задачи сопряжения о теплообмене, когда обсуждаемый метод позволил построить точное решение задачи.

Применение развитого метода сделало возможным получение аналитических решений практически важных теплофизических задач сопряжения о нестационарных физических полях, параметры которых зависят от пространственных координат, а также сформулировать объединенную термогидродинамическую модель температурного поля жидкости, текущей по скважине, окруженной сплошным массивом среды для ламинарного и турбулентного течений, включающую описание температурного поля, индуцированного нестационарными полями давления упругого режима течения в нефтяных пластах.

Во второй главе рассматривается решение задачи о нестационарном теплообмене турбулентного потока в скважине. Описано применение асим-

птотического метода пространственного покоеффициентного осреднения к задачам для нулевого и первого коэфициентов разложения, которое заключается в последовательной реализации всех его этапов (рис. 4).

В разделе 2.1 определена базисная совокупность безразмерных параметров, позволившая привести задачу (1)–(5) к безразмерному виду

$$r = r_d / r_0, \quad z = z_d / D, \quad \text{Fo} = a_{r1} t / r_0^2, \quad T_j = \left(\Theta_j - \theta_{01} + \Gamma z_d \right) \theta_{11}, \quad v = r_0 / D, \quad \Lambda = \lambda_{r1} / \lambda_r, \\ \text{Re} = v r_0 / a_{r1}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad \chi = c_{p1} / c_p, \quad \text{H} = \eta \rho g r_0 / v \theta_{11}, \quad \gamma = \gamma^* \Gamma D, \quad \sigma = \sigma^* \Gamma D,$$

где $j = \langle \text{пробел} \rangle$, $1 - \text{номер области}$. Эта совокупность удовлетворяет известным положениям теории размерностей и обеспечивает возможность использования разработанной модификации асимптотического метода пространственного покоеффициентного осреднения в задаче о теплообмене турбулентного и ламинарного потоков в скважине.

Соответствующая (1)–(5) задача теплообмена, представленная в безразмерном виде, содержит два малых параметра: σ и γ . Это позволило использовать на первой стадии развитый ранее метод малого параметра для построения решения соответствующей нелинейной задачи.

В разделе 2.2 представлены разложения исходной задачи по двум малым параметрам σ и γ

$$T_j = T_j^{(0)} + \gamma T_j^{(1)} + \dots, \quad T_j = T_j^{(0)} + \sigma T_j^{(1)} + \dots$$

Поскольку эти параметры являются независимыми, то влияние каждой из поправок отыскивается независимо и последовательно. Соответствующие задачи для нулевого и первого коэфициентов разложения полей температуры по обоим параметрам σ и γ являются линейными и содержат переменные коэфициенты.

Например, показано, что задача для нулевого коэфициента разложения по параметру γ имеет вид

$$\frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\varepsilon \Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial r} \right) + R \left(\frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial z} - 1 \right) = Q, \quad z, \text{Fo} > 0, \quad r < 1, \quad (22)$$

$$\text{Fo} > 0, \quad z > 0,$$

$$T_1^{(0)}|_{r=1} = T_1^{(0)}|_{r=1}, \quad \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial r} \Big|_{r=1} = \varepsilon \Lambda \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad (23)$$

$$T_1^{(0)}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1^{(0)}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1^{(0)}|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad T_1^{(0)}|_{z=0} = T_0. \quad (24)$$

Наличие переменных коэфициентов $\lambda(r)$ и $R(r)$ в задаче (21)–(24) затрудняет использование известных методов, поэтому для построения решения использован развитый автором метод пространственного покоеффициентного осреднения. Из физических соображений обосновано введение в

(21)–(24) формального параметра асимптотического разложения ε путем замены параметра Λ на произведение $\varepsilon\Lambda$. При $\varepsilon = 1$ задача сводится к исходной. Такое введение формального параметра в задаче имеет физический смысл, заключающийся в том, что устремление его к нулю $\varepsilon \rightarrow 0$ соответствует возрастанию радиальной компоненты теплопроводности флюида до бесконечности $\lambda_r \rightarrow \infty$, что исключает наличие радиальных температурных градиентов и приводит выравниванию температуры по сечению. Решение задачи (21)–(24) найдено в виде асимптотических формул по формальному параметру ε

$$T_{1-} = T_{1-}^{(0)} + \varepsilon T_{1-}^{(1)} + \dots + \varepsilon^n T_{1-}^{(n)} + \Theta_{1-}^{(n)}, \quad T_{1+} = T_{1+}^{(0)} + \varepsilon T_{1+}^{(1)} + \dots + \varepsilon^n T_{1+}^{(n)} + \Theta_{1+}^{(n)}.$$

В разделе 2.3 сформулирована задача, содержащая только нулевые коэффициенты разложения по γ и ε .

$$\frac{\partial T_{1-}^{(0)}}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1-}^{(0)}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad Fo > 0, \quad z > 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial T_{1-}^{(0)}}{\partial Fo} + 2R_1 \text{Pev} \left(\frac{\partial T_{1-}^{(0)}}{\partial z} - 1 + H \right) = 2\chi \frac{\partial T_{1-}^{(0)}}{\partial r} \Big|_{r=1} + 2Q_1 \text{C}(z, Fo), \quad r < 1, \quad (26)$$

$$Fo > 0, \quad z > 0,$$

$$T_{1-}^{(0)} = T_{1+}^{(0)} \Big|_{r=1}, \quad T_{1-}^{(0)} \Big|_{Fo=0} = 0, \quad T_{1+}^{(0)} \Big|_{Fo=0} = 0, \quad T_{1-}^{(0)} \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad T_{1-}^{(0)} \Big|_{z=0} = T_0 \text{C}(0). \quad (27)$$

В разделе 2.4 представлено решение задачи (25)–(27) в пространстве изображений Лапласа – Карсона по переменной Fo ($Fo \Rightarrow p$). Решение задачи для нулевого коэффициента асимптотического разложения температурного поля или нулевого приближения в области $r < 1$ в пространстве изображений имеет вид

$$T_{1-}^{(0)} = T_0'' \text{C} \text{E}^{-\alpha_1 z} + \int_0^z \text{C}_1 \text{C} \text{Pev} \text{C}(-H) \text{C} Q_1'' \text{C}(\xi, p) \text{E}^{-\alpha_1 \text{C} - \xi} d\xi / R_1 \text{C} \text{Pev}, \quad (28)$$

где $\alpha_1 = \text{C} + 2\chi k \sqrt{p} \text{C} 2\text{Pev} R_1 \text{C}$. Установлено, что по физическому смыслу полученное выражение представляет значение температуры, осредненное по сечению потока в соответствии с законом сохранения энергии. Такое осреднение температурного поля в диссертации определено как асимптотическое. Показано, что при наличии переменных коэффициентов асимптотическое осреднение температуры по сечению потока соответствует построению нулевого коэффициента разложения по выбранному формальному параметру.

В разделе 2.5 после расщепления задача для первого коэффициента по ε (в нулевом приближении по γ) представлена как

$$\frac{\partial T_{1-}^{(1)}}{\partial Fo} + 2\text{Pev} R_1 \text{C} \frac{\partial T_{1-}^{(1)}}{\partial z} + \frac{\Lambda}{\chi} \frac{2\lambda_2 \text{C} \lambda_1 \text{C} \partial^2 T_{1-}^{(1)}}{2 \partial Fo^2} + \frac{2\Lambda \text{Pe}^2 v^2}{\chi} \text{C}_4 \text{C} R_1 \text{C} R_2 \text{C}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + \frac{\Lambda}{\chi} \left[R_3 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial Fo} \right) - R_2 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial Fo} \right) + R_5 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial Fo} \right) - \lambda_1 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial Fo} \right) \right] \text{Pev} \frac{\partial^2 T_1}{\partial z \partial Fo} = 2\chi \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=1} - \\
& - \frac{\Lambda}{\chi} \frac{\partial Q_2}{\partial Fo} \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) - 2\text{Pev} R_1 \left(\frac{\Lambda}{\chi} \frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) + \\
& + 2 \frac{\Lambda}{\chi} \left(\frac{\partial Q_3}{\partial Fo} \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) + \text{Pev} \frac{\partial Q_R}{\partial z} \right), \quad r < 1, \quad Fo > 0, \quad z > 0, \\
& \frac{\partial T_1}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad Fo > 0, \quad z > 0, \\
& T_1|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad T_1|_{Fo=0} = 0, \quad T_1|_{z \rightarrow \infty} = 0.
\end{aligned} \tag{29}$$

Показано, что, удовлетворив всем начальным и граничным условиям, невозможно построить нетривиальное решение задачи для первого коэффициента разложения. Это свидетельствует о необходимости видоизменения условий в начальный момент времени $Fo = 0$ и на забое скважины $z = 0$, т.е. в математическом значении в области «вязких погранслоев». Выполнение условий $T_1|_{Fo=0} = 0$ и $T_1|_{z=0} = 0$ обеспечивается построением погранслойных функций.

Задачи для нулевого и первого приближений не содержат переменных коэффициентов. В выражение (28) и уравнение (29) теперь входят только фиксированные значения функций

$$\begin{aligned}
R_1 & \equiv \int_0^r r' R \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr', \quad Q_1 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) \equiv \int_0^r r' Q \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr', \quad R_2 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) \equiv \int_0^r \frac{R_1}{r' \lambda} dr', \\
\lambda_1 & \equiv \int_0^r \frac{r'}{\lambda} dr', \quad R_3 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) \equiv \int_0^r r' R_2 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr', \quad R_4 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) \equiv \int_0^r r' R \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr', \quad R_5 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) \equiv \int_0^r \lambda_1 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr', \\
Q_3 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) & \equiv \int_0^r r' Q_2 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr', \quad Q_R \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) \equiv \int_0^r r' R \left(\frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) dr',
\end{aligned}$$

которые представлены интегралами от радиальных профилей скорости, теплопроводности и функции источников, и в силу этого названные в работе *моментными*, например R_1 – в (28). Отсутствие переменных коэффициентов позволяет использовать при решении задач для коэффициентов асимптотического разложения температурных полей хорошо развитые классические методы, такие как интегральные преобразования. Таким образом, развитый асимптотический метод пространственного по коэффициенту осреднения открывает новый путь для использования хорошо развитых классических мето-

дов при исследовании сложных теплофизических процессов, описывающихся нелинейными уравнениями и уравнениями с переменными коэффициентами.

В разделе 2.6 иллюстрируется процедура отыскания нелокальных среднеинтегральных условий, используемых при решении задачи для первого коэффициента асимптотического разложения по ε вместо $T_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}}|_{\text{Fo}=0} = 0$ и $T_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}}|_{z=0} = 0$. Процедура заключается в постановке задачи для остаточного члена после первого коэффициента асимптотического разложения температуры по ε и ее представлении в виде последовательности краевых задач при соответствующих степенях ε . Искомые условия определяются из требования тривиальности решения осредненной по сечению скважины задачи для первого коэффициента разложения остаточного члена, они имеют вид $\langle T_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}} \rangle|_{\text{Fo}=0} = 0$ и $\langle T_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}} \rangle|_{z=0} = 0$ (угловые скобки обозначают функцию интегрально осредненную по сечению скважины).

Асимптотическое решение задачи о температурном поле в первом приближении представлено в разделе 2.7. На основе выражений для первого коэффициента разложения осуществлен анализ радиальных распределений температуры в потоке $\tilde{T}_{\mathbf{f}}^u = T_{\mathbf{f}}^{1u} - T_{\mathbf{f}}^{1u}|_{r=1}$. В пространстве изображений $\tilde{T}_{\mathbf{f}}^u$ имеет вид

$$\tilde{T}_{\mathbf{f}}^u = \frac{\Lambda}{\chi} \left[\mathbf{K}_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) - \lambda_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) \frac{p}{2} + \mathbf{K}_2 \left(\frac{\chi}{p} \right) - R_2 \left(\frac{\chi}{p} \right) + 2\chi k \sqrt{p} \right] 2R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) \tilde{T}^{\mathbf{c}}. \quad (30)$$

Устремив параметр p к нулю в (30), получим установившееся (или стационарное) распределение температуры по сечению скважины

$$\tilde{T}_{\mathbf{f}}^u = \frac{\Lambda \text{Pev} \left(-H \right)}{\chi} \left[\mathbf{K}_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) - \lambda_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) \frac{p}{2} + \mathbf{K}_2 \left(\frac{\chi}{p} \right) - R_2 \left(\frac{\chi}{p} \right) \right]. \quad (31)$$

В разделе 2.8 представлены аналитические выражения для коэффициентов асимптотического разложения в пространстве оригиналов. Например, аналитическое выражение в пространстве оригиналов для нулевого коэффициента разложения в скважине, в предположении малых времен ($\text{Fo} \rightarrow 0$, $p \rightarrow \infty$) представляется в форме

$$T_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}} \approx T_0 \text{erfc} \left(\frac{\chi z}{R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) \sqrt{\text{Fo} - z / \left(\frac{\chi}{p} \right) R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right)}} \right) \Phi \left(\text{Fo} - \frac{z}{2R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right)} \right) + \\ + \int_0^z \left(-H \right) \text{erfc} \left(\frac{\chi \left(\xi - z \right)}{R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right) \sqrt{\text{Fo} - \left(\xi - z \right) / \left(\frac{\chi}{p} \right) R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right)}} \right) \Phi \left(\text{Fo} - \frac{z - \xi}{2R_1 \left(\frac{\chi}{p} \right)} \right) d\xi,$$

где $\Phi(x)$ – единичная функция Хевисайда. Это выражение позволяет оценить интервал влияния температурного сигнала на входе в интервал измерений и

его зависимости от времени, связывающий числа Пекле Pe , Фурье Fo и относительный радиус v , и средние значения функции радиального распределения скорости для различных профилей $R(r)$.

Выражение для радиального профиля температуры, полученное из решения задачи в первом асимптотическом приближении, имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{1-} \approx & \frac{\Lambda}{\chi} T_0 \Phi \left(Fo - \frac{z}{2R_1} \right) \left\{ \left(\frac{\lambda_1}{2} - \frac{R_2}{2R_1} \right) \times \right. \\ & \times \psi \left(\frac{\chi z}{R_1}, Fo - \frac{z}{2R_1} \right) - \frac{R_2}{R_1} \frac{\chi}{\sqrt{\pi Fo - z/2R_1}} \times \\ & \times \exp \left(- \frac{\chi^2 z^2}{4R_1^2 Pe^2 v^2 Fo - z/2R_1} \right) \Bigg\} + \\ & + \frac{\Lambda}{\chi} \Phi \left(Fo - \frac{z - \xi}{2R_1} \right) \left\{ \left(\frac{\lambda_1}{2} - \frac{R_2}{2R_1} \right) \times \right. \\ & \times \psi \left(\frac{\chi \xi}{R_1}, Fo - \frac{z - \xi}{2R_1} \right) - \frac{R_2}{R_1} \frac{\chi}{\sqrt{\pi Fo - \xi/2R_1}} \times \\ & \times \exp \left(- \frac{\chi^2 \xi^2}{4R_1^2 Pe^2 v^2 Fo - \xi/2R_1} \right) \Bigg\} dz, \text{ где } \psi(x, y) = \frac{x}{2y\sqrt{\pi y}} \exp \left(- \frac{x^2}{4y} \right). \end{aligned}$$

Полученные решения использованы для детального анализа пространственно-временных распределений температуры при турбулентном течении флюида в скважине.

В разделе 2.9 (по аналогии с разделами 2.2 – 2.4) представлена постановка и решение задачи для первого коэффициента разложения температурного поля по малому параметру γ . Решения соответствующей задачи в нулевом приближении найдены аналогично (28) и представлены как

$$T_{1-}^{(0)} = \int_0^z \frac{q''(z, p) \exp(-\alpha \xi)}{2R_1(1)Pe v} d\xi, \quad T_{1-}^{(0)} = \frac{K_0 \sqrt{p}}{K_0 \sqrt{p}} \int_0^z \frac{q''(z, p) \exp(-\alpha \xi)}{2R_1(1)Pe v} d\xi,$$

где

$$q = \frac{\partial}{\partial Fo} \left(2 \int_0^1 \left(T_{1-}^* - T^* \right) r' dr' - \frac{(T_{1-}^* - T^*)^2}{2} \right) + 2Pe v \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^1 r' R(r') \left(T_{1-}^* - T^* \right) dr' - \frac{(T_{1-}^* - T^*)^2}{2} R_1(1) \right).$$

Эта функция обращается в нуль, если нулевой коэффициент разложения по малому параметру T_{1-} не зависит от радиальной координаты. Если в качестве T_{1-} использовать независящее от радиальной координаты нулевое

приближение T_{1-}^{Φ} по параметру ε , то нелинейная поправка равна нулю. Это означает, с одной стороны, что нулевое приближение T_{1-}^{Φ} является максимально точным приближением к решению нелинейной задачи. С другой стороны, нахождение нелинейной поправки, как минимум, требует нахождения первого коэффициента разложения T_{1-}^{Φ} .

Выражение для определения нелинейной поправки, вызванной зависимостью коэффициента теплопроводности от температуры, в скважине в оригиналах в приближении малых времен имеет вид

$$T_{1-}^{\Phi} = \int_0^t \int_0^z \frac{q(\zeta, z, \tau)}{2R_1(1)\text{Pev}} \Psi\left(\frac{\chi}{\text{Pev}}, \text{Fo} - \tau - \frac{z - \xi}{2R_1(1)\text{Pev}}\right) \Phi\left(\text{Fo} - \frac{z - \xi}{2R_1(1)\text{Pev}}\right) d\tau d\xi.$$

В разделе 2.10, по аналогии разделами 2.2 – 2.4 и 2.9, представлена постановка задачи для определения вклада нелинейности, обусловленной изменением плотности и теплоемкости восходящего потока, вследствие понижения температуры и выпадения парафина в безразмерных переменных. Как и в разделе 2.2, представлены задачи для нулевого и первого коэффициентов разложения исходной задачи по параметру σ . Соответствующая поправка, обусловленная зависимостью теплоемкости от температуры, отыскивается из краевой задачи, полученной при σ^1 . Решение задачи для нулевого коэффициента асимптотического разложения отыскивается в пространстве изображений Лапласа – Карсона и записывается следующим образом:

$$T_{1\pm}^{\Phi u} = \frac{e^{-\alpha z}}{\text{Pev} R_1} \int_0^z F_1^u e^{\alpha z'} dz', \quad T_{1\pm}^{\Phi u} = \frac{K_0 \sqrt{p}}{K_0 \sqrt{p}} \frac{e^{-\alpha z}}{\text{Pev} R_1} \int_0^z F_1^u e^{\alpha z'} dz'.$$

Оригинал этого выражения в приближении малых времен имеет вид

$$T_{1\pm}^{\Phi} = \int_0^t \int_0^z \frac{F_1}{2R_1(1)\text{Pev}} \Psi\left(\frac{\chi}{\text{Pev}}, \text{Fo} - \tau - \frac{z - z'}{2R_1(1)\text{Pev}}\right) \Phi\left(\text{Fo} - \frac{z - z'}{2R_1(1)\text{Pev}}\right) d\tau dz',$$

где $F_1(\zeta, z, \text{Fo}) = -\int_0^r r' \left\{ \frac{\partial T_{\pm}}{\partial \text{Fo}} + R \text{Pev} \frac{\partial T_{\pm}}{\partial z} \right\} dr'.$

На рис. 5 представлены кривые зависимости безразмерной температуры от безразмерного времени Fo на разных глубинах при $H = 0.1$, $\text{Pe} v = 10$, $T^* = 0.1$, $\sigma = 0.04$. Зависимости температуры от времени без учета нелинейной поправки T_{\pm}^{Φ} представлены сплошными линиями, а с учетом этой поправки T_{\pm}^{Φ} – штриховыми. Из рисунка видно, что учет зависимости теплоемкости от температуры приводит к уменьшению ее абсолютных возмущений.

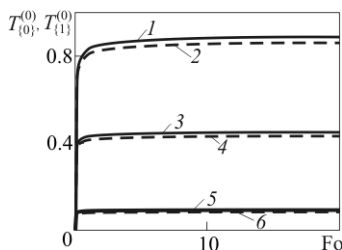


Рис. 5. Динамика температуры в нулевом (сплошные линии) и первом (штриховые линии) асимптотических приближениях по σ на разных глубинах: 1, 2 – $z = 1$, 3, 4 – 0.5 , 5, 6 – 0.1

полученные из решений общей задачи (28), (30) и др. в нулевом и первом асимптотических приближениях при $z_d \rightarrow \infty$. Те же выражения из частного случая задачи (1)–(5) при $\partial\theta_1/\partial z_d = \partial\theta/\partial z_d = -\Gamma$ получены в **Приложении В** поэтапно (рис. 4) методом пространственного покоэффициентного осреднения.

Из второй главы следует, что указанный метод открывает новые перспективы для исследования теплообмена различных видов течений, поскольку позволил свести нелинейную теплофизическую задачу с переменными коэффициентами к совокупности линейных задач с постоянными коэффициентами, содержащих значения моментных функций от переменных коэффициентов теплопроводности, скорости и объемной теплоемкости.

В **третьей главе** представлены решения задач нестационарного теплообмена цилиндрического ламинарного потока флюида ($\lambda(r) = 1$) и модельного потока с выровненным профилем скорости ($\lambda(r) = 1$, $R(r) = 1$), полученные как частные случаи решения задачи о нестационарном теплообмене турбулентного потока в скважине. Обсуждаются результаты расчетов по формулам, полученным в главах 2, 3.

В **разделе 3.1** получены формулы для расчета температурного поля ламинарного потока ($\lambda(r) = 1$) для нулевого и первого коэффициентов асимптотического разложения в случае постоянного вертикального градиента температуры ($z_d \rightarrow \infty$) и когда вертикальный градиент температуры не является постоянным.

Для иллюстрации достоверности метода и полученных решений показано, что выражения, полученные из решения общей задачи, совпадают с решением соответствующих частных случаев температурной задачи (1)–(5) для ламинарного потока, подробные выкладки по применению всех этапов метода (рис.4) представлены в **Приложениях Г, Д**.

Раздел 3.2 представляет аналогичные предыдущему разделу формулы и выкладки для модельного потока с выровненным профилем скорости, которые получены из решения общей задачи в предположении $\lambda(r) = 1$, $R(r) = 1$ и совпадают с решением соответствующих температурных задач, представленных в **Приложениях Е, Ж**.

Абсолютная величина вклада нелинейности, как следует из рисунка, увеличивается с ростом времени и увеличением координаты z , т.е. с уменьшением глубины. Относительные значения вклада нелинейности по теплоемкости при выбранных значениях параметров не велики и при $Fo > 0.1$ не превышают 3 %.

В **разделе 2.11** приведены выражения, описывающие температурное поле в скважине при турбулентном течении в режиме постоянных градиентов, полу-

В разделе 3.3 проанализированы выражения для осредненного по сечению скважины температурного поля в области $r < 1$ для различных видов течения и постоянного (32), (34), (36) и непостоянного градиентов (33), (35), (37), полученные в разделах 2.4, 2.11, 3.1, 3.2:

– выровненный профиль скорости

$$T^{\bullet\tilde{y}} = \frac{2R_{1e}(\tilde{\bullet})\tilde{\text{Pev}}(\tilde{\bullet}-H) + 2Q_1(\tilde{\bullet}, p)}{p + 2\chi k\sqrt{p}}, \quad (32)$$

$$T^{\bullet\tilde{y}} = T_0^u(\tilde{\bullet})\tilde{\epsilon}^{-\alpha_1 z} + \int_0^z \left(1 - H + \frac{2Q_1^u(\tilde{\bullet}, \xi, p)}{\text{Pev}R_{1e}(\tilde{\bullet})}\right) e^{-\alpha_1(\tilde{\bullet}-\xi)} d\xi, \quad (33)$$

– ламинарный поток

$$T^{\bullet\tilde{y}} = \frac{2R_{1l}(\tilde{\bullet})\tilde{\text{Pev}}(\tilde{\bullet}-H) + 2Q_1(\tilde{\bullet}, p)}{p + 2\chi k\sqrt{p}}, \quad (34)$$

$$T^{\bullet\tilde{y}} = T_0^u(\tilde{\bullet})\tilde{\epsilon}^{-\alpha_1 z} + \int_0^z \left(1 - H + \frac{2Q_1^u(\tilde{\bullet}, \xi, p)}{\text{Pev}R_{1l}(\tilde{\bullet})}\right) e^{-\alpha_1(\tilde{\bullet}-\xi)} d\xi, \quad (35)$$

– турбулентный поток

$$T^{\bullet\tilde{y}} = \frac{2R_{1t}(\tilde{\bullet})\tilde{\text{Pev}}(\tilde{\bullet}-H) + 2Q_1(\tilde{\bullet}, p)}{p + 2\chi k\sqrt{p}}, \quad (36)$$

$$T^{\bullet\tilde{y}} = T_0^u(\tilde{\bullet})\tilde{\epsilon}^{-\alpha_1 z} + \int_0^z \left(1 - H + \frac{2Q_1^u(\tilde{\bullet}, \xi, p)}{\text{Pev}R_{1t}(\tilde{\bullet})}\right) e^{-\alpha_1(\tilde{\bullet}-\xi)} d\xi, \quad (37)$$

где $R_{1e}(\tilde{\bullet})$, $R_{1l}(\tilde{\bullet})$, $R_{1t}(\tilde{\bullet})$ моментные функции выровненного, ламинарного и турбулентного профилей скорости соответственно.

Сравнение указанных выражений показывает, что нулевой коэффициент, или асимптотически осредненное выражение температуры, не зависит от радиального распределения теплопроводности $\lambda(\tilde{\bullet})$. Зависимость температурного поля от радиального профиля скорости представляется через первую моментную функцию $R_1(\tilde{\bullet})$, которая определяется через радиальный профиль $R(\tilde{\bullet})$, зависящий от типа течения.

Показано, что для всех типов аксиально симметричного течения величина интеграла $R_1(\tilde{\bullet}) = 0.5$ не изменяется. Действительно, значение средней по сечению скважины скорости потока $\langle v \rangle$ с учетом его радиального рас-

пределения $v(\tilde{\bullet}) = \langle v \rangle R(\tilde{\bullet})$ представляется как $\langle v \rangle = 2\langle v \rangle \int_0^1 R(\tilde{\bullet}) d\tilde{r}' = 2\langle v \rangle R_1(\tilde{\bullet})$.

Отсюда получаем $R_{1e}(\tilde{\bullet}) = R_{1l}(\tilde{\bullet}) = R_{1t}(\tilde{\bullet}) = R_1(\tilde{\bullet}) = 1/2$ независимо от профиля течения, поэтому формулы для расчетов асимптотически осредненных по сечению потока значений температуры (32), (34), (36) идентичны, как и (33), (35), (37).

Приведенные рассуждения обобщены в виде утверждения: *температура потока в нулевом приближении, или асимптотически осредненное по сечению скважины значение температуры потока, не зависит от радиальных профилей скорости и коэффициента теплопроводности, т.е. одинаковы для любых режимов течения несжимаемой жидкости при всех остальных идентичных параметрах.*

Итак, решение для турбулентного потока в нулевом приближении (36), (37) описывает среднюю по сечению трубы температуру и совпадает с аналогичными выражениями для ламинарного (34), (35) и модельного выровненного (32), (33) профилей скорости. Нулевое приближение описывает зависимость от времени «асимптотически средней» по сечению температуры и не дает представления ни о вкладе режима течения, ни о радиальном распределении температуры в скважине. Для учета описанных зависимостей необходимо решение задачи для первого коэффициента разложения.

Это утверждение значимо для практических приложений, поскольку в ряде случаев позволяет избавиться от необходимости учета радиальных распределений скорости и теплопроводности, что значительно упрощает задачу определения температурного поля для сложных течений.

Раздел 3.4. содержит анализ расчетов температурных полей для различных режимов течения и сопоставление теоретических и экспериментальных температурных зависимостей.

В качестве примера, на рис. 6, 7 представлены радиальные распределения и временные зависимости температуры нефтяного потока, рассчитаны по формуле $\tilde{\theta} = \theta(\zeta) - \theta(\infty) = 1$ для различных значений дебитов при ламинарном (штриховые линии) и турбулентном (сплошные линии) режимах течения. Для расчетов использованы следующие значения параметров скважины: $D = 2000$ м, $r_0 = 0.1$ м, $\Gamma = 0.02$ К/м; окружающей среды: $c_1 = 950$ Дж/(К·кг), $\rho_1 = 2000$ кг/м³, $\lambda_{r1} = 0.67$ Вт/(м·К) и флюида (нефть): $c = 2000$ Дж/(К·кг), $\rho = 743.5$ кг/м³, $\lambda = 0.15$ Вт/(м·К), $Q = 32$ м³/сут., $\mu = 0.85$ мПа·с.

Анализ кривых показывает, что при возрастании дебита ламинарного потока до 32 м³/сут., растет и разница температуры между центром и стенкой скважины (ср. кр. 5, 3, 1 рис. 6). При дебите 32 м³/сут., соответствующему критическому значению числа Рейнольдса, возможен как ламинарный (кривая 1) так и турбулентный (кривая 4) режимы течения. При этом в ламинарном подслое вблизи стенки скважины кривые 1 и 4 совпадают. Турбулизация потока приводит к уменьшению температурного перепада на 5 градусов, а дальнейшее возрастание дебита также приводит к незначительному его увеличению.

На рис. 8 изображена зависимость величины $\tilde{\theta}$ на глубине 1200 м ($z_d = 800$ м) от радиальной координаты для разных времен и ее стационарное распределение.

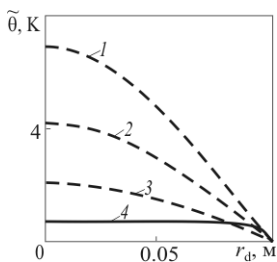


Рис. 6. Радиальные распределения температуры при ламинарном (штриховые линии) и турбулентном (сплошные линии) режимах течения для разных значений дебита: 1, 4 – $Q = 32 \text{ м}^3/\text{сут.}$ ($\text{Re} = 2062$), 2 – $Q = 20$ ($\text{Re} = 1289$), 3 – $Q = 10$ ($\text{Re} = 645$)

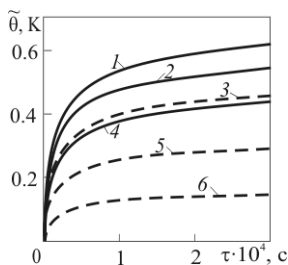


Рис. 7. Установление температуры вблизи стенки при ламинарном (штриховые линии) и турбулентном (сплошные линии) режимах течения для разных значений дебита: 1 – $Q = 50 \text{ м}^3/\text{сут.}$ ($\text{Re} = 3223$), 2 – $Q = 40$ ($\text{Re} = 2578$), 3, 4 – $Q = 32$ ($\text{Re} = 2062$), 5 – $Q = 20$ ($\text{Re} = 1289$), 6 – $Q = 10$ ($\text{Re} = 645$)

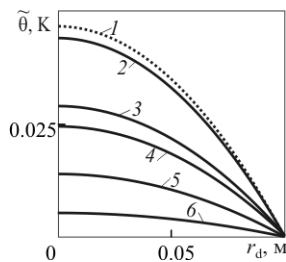


Рис. 8. Радиальный профиль температуры ламинарного потока в малодебитной скважине ($Q = 5 \text{ м}^3/\text{сут.}$) для разных времен: 2 – 6 сут., 3 – 2 ч, 4 – 1 ч, 5 – 10 мин, 6 – 1 мин и его стационарное распределение (кривая 1)

Анализ кривых показывает, что в малодебитных скважинах с дебитам меньше 5 т/сут. и геотермическом градиенте 0.02 К/м максимальная разница температур между стенкой и осью скважины не превышает 0.05 К . Эта величина определяет абсолютную точность нулевого приближения и иллюстрирует тот факт, что в большинстве практических случаев нулевым приближением можно ограничиться. Важность этой величины заключается также в том, что она определяет максимальную амплитуду аномалий, которые могут возникать из-за неконтролируемых радиальных отклонений термометра в процессе измерений.

Отметим, что полученные ранее В.Г. Шуховым, Э.Б. Чекалкоком, М.А. Пудовкиным, А.Н. Саламатиним, В.А. Чугуновым и многими другими зависимости не позволяют строить радиальные распределения температуры в скважине даже в режиме выровненного профиля скорости. Это объясняется тем, что теплообмен с окружающей средой в большинстве определялся формулой Ньютона – Рихмана, а математические модели разработаны в предположении постоянства температуры и скорости по сечению скважины.

На рис. 9, 10 приведено сопоставление экспериментальных [Филиппов А.И., 2004] и теоретических зависимостей температуры жидкости в скважине от вертикальной координаты. Экспериментальные измерения, представленные на рис. 9 проводились на скважине № 1925 Андреевской площади через час (кривая 1) и через 1.5 часа (кривая 3) после остановки компрессора. Кривая 5 представляет геотермическое распределение температур. Состав восходящего потока – 100% вода. Граница $z_d = 0 \text{ м}$ соответствует глу-

бине 1344 м. Расчетные параметры: $r_0 = 0.1$ м, $\eta = 10^{-6}$ К/Па, $\lambda = 0.6$ Вт/(м·К), $c = 4000$ Дж/(К·кг), $\rho = 1000$ кг/м³, $\lambda_1 = 0.67$ Вт/(м·К), $c_1 = 950$ Дж/(К·кг), $\rho_1 = 2000$ Дж/(К·кг), $\Gamma = 0.02$ К/м.

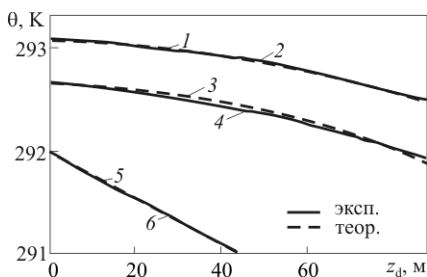


Рис. 9. Сопоставление экспериментальных (кривые 1, 3, 5) и теоретических (кривые 2, 4, 6) зависимостей температуры жидкости в скважине от вертикальной координаты. Шифр кривых: 1, 3 – экспериментальные термограммы, замеренные через 1 час и 1.5 часа после остановки компрессора соответственно; 2, 4 – расчетные кривые $\theta_0 = 1.1$ К, $Q = 90$ м³/сут. и $\theta_0 = 0.7$ К, $Q = 50$ м³/сут. соответственно; 5, 6 – экспериментальная и теоретическая геотермы

Из анализа кривых следует, что теоретические и экспериментальные кривые хорошо согласуются. В качестве меры погрешности принято максимальное расхождение кривых, которое наблюдается между кривыми 3 и 4 при $z_d = 45$ м и составляет 0.06 К или 5 %. Среднее же расхождение составляет на порядок меньшую величину.

Экспериментальные измерения на скважине № 1420 Кувашской площади (рис. 10) проводились через 0.5 часа (кривая 2) и через 1.5 часа (кривая 4), и через 3 часа (кривая 6) после остановки компрессора. Кривая 8 представляет геотермическое распределение температур. Граница $z_d = 0$ м соответствует глубине 1388 м. Расчетные параметры: $r_0 = 0.1$ м, $\Gamma = 0.019$ К/м, $\eta = 10^{-6}$ К/Па, $\lambda = 0.15$ Вт/(м·К), $c = 2000$ Дж/(К·кг), $\rho = 800$ кг/м³, $\lambda_1 = 1.13$ Вт/(м·К), $c_1 = 950$ Дж/(К·кг), $\rho_1 = 2000$ Дж/(К·кг).

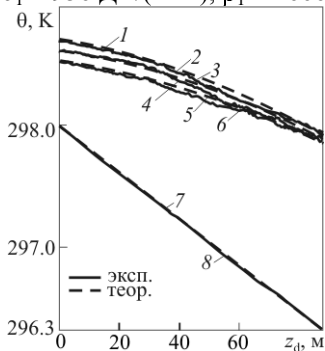


Рис. 10. Сопоставление экспериментальных (кривые 2, 4, 6, 8) и теоретических (кривые 1, 3, 5, 7) зависимостей температуры жидкости в скважине от вертикальной координаты. Шифр кривых: 1 – расчетная кривая $\theta_0 = 0.7$ К, $Q = 95$ м³/сут.; 2 – экспериментальная термограмма, замеренная через 0.5 часа после остановки компрессора; 3 – расчетная кривая $\theta_0 = 0.61$ К, $Q = 77$ м³/сут.; 4 – экспериментальная термограмма, замеренная через 1.5 часа после остановки компрессора; 5 – расчетная кривая $\theta_0 = 0.52$ К, $Q = 68$ м³/сут.; 6 – экспериментальная термограмма, замеренная через 3 часа после остановки компрессора; 7, 8 – теоретическая и экспериментальная геотермы

Анализ кривых показывает хорошее согласие теоретических и экспериментальных зависимостей. Амплитудная погрешность наблюдается между кривыми 3 и 4 при $z_d = 55$ м теоретической кривой не превышает 0.07 К или 8 % относительной величины. Средняя погрешность, как и в предыду-

щем случае, значительно меньше, что свидетельствует об адекватности развитой теории.

В четвертой главе получены аналитические выражения, описывающие температурное поле потока, с меняющимся на глубине $z_d = H$ проходным сечением. В разделе 4.1 осуществлены постановки взаимосвязанных температурных задач вида (1)–(5) в нижней ($0 < z_d < H$) и верхней ($H \leq z_d$) частях трубы. Температуры окружающей среды, верхнего и нижнего участков трубы обозначены θ_1 , θ_l , θ_h соответственно. Радиус нижнего и верхнего участков трубы r_l и r_h , изменение радиуса трубы происходит на высоте $z_d = H$. Поля скоростей малосжимаемой жидкости в нижней и верхней частях трубы \vec{v}_l , \vec{v}_h имеют только одну отличную от нуля составляющую – в направлении оси z_d : $\vec{v} = (0, 0, v)$. На границе $z_d = H$ выполняется условие равенства температур $\theta_h|_{z_d=H} = \theta_l|_{z_d=H}$.

Базисная совокупность безразмерных параметров в этом случае имеет вид $r = r_d/r_l$, $z = z_d/D$, $L = H/D$, $Fo = t/(\rho_l r_l^2)$, $\Lambda = \lambda_{r1}/\lambda_r$, $\chi = c\rho/c_l\rho_1$, $\theta_0 = \Gamma D$, $T_h = \theta_h - \theta_{01} + \Gamma z_d$, $T_{h1} = \theta_{h1} - \theta_{01} + \Gamma z_d$, $T_l = \theta_l - \theta_{01} + \Gamma z_d$, $T_{l1} = \theta_{l1} - \theta_{01} + \Gamma z_d$, $v = r_l/D$, $Pe_l = v r_l/a_{lr}$, $H = \eta \rho g r_l/v\theta_0$, $Pe_h = v_h r_l/a_{lr}$. В разделе 4.2 представлено разложение температурной задачи по формальному асимптотическому параметру. Раздел 4.3 содержит решение задачи теплообмена в нулевом асимптотическом приближении для нижнего участка трубы

$$T_l = \Phi \left(Fo - \frac{z}{2R_{l1}} \right) \left\{ T_0 \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi z}{Pe_l v \sqrt{Fo - z/R_{l1}}} \right) + \int_0^z \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi(\xi - z)}{Pe_l v \sqrt{Fo - \xi/R_{l1}}} \right) d\xi \right\}, \quad r < 1, \quad 0 < z < H, \quad (38)$$

В разделе 4.4 определено выражение для асимптотически осредненной температуры в верхнем участке трубы

$$T_h = \Phi \left(\theta_0 - S_l \left(\theta_l - \theta_0 \right) - S_h \left(\theta_h - \theta_0 \right) \right) \left\{ \operatorname{erfc} \left[\frac{\chi \left(\theta_l - \theta_0 \right) + S_h \left(\theta_h - \theta_0 \right) r_{hl}}{\sqrt{Fo - S_l \left(\theta_l - \theta_0 \right) - S_h \left(\theta_h - \theta_0 \right)}} \right] + \right. \\ \left. + \left(\theta_h - \theta_0 \right) \int_0^H \operatorname{erfc} \left[\frac{\chi \left(\theta_l - \theta_0 - \xi \right) + S_h \left(\theta_h - \theta_0 \right) r_{hl}}{\sqrt{Fo - S_l \left(\theta_l - \theta_0 - \xi \right) - S_h \left(\theta_h - \theta_0 \right)}} \right] d\xi \right\} \quad (39)$$

$$+ \left(-H \right) \left[\left(\frac{z}{H} \right) \left(\frac{S_h}{S_l} - S_h \right) \left(-\xi \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{\chi S_h \left(-\xi \right) r_{hl}}{\sqrt{Fo - S_h \left(-\xi \right)}} \right] \right] d\xi, \quad r < r_{hl}, \quad z \geq H,$$

соответственно, где $S_l(z) = z/2R_{hl} \operatorname{Pe}_l v$, $S_h(z) = r_{hl}^2 z/2R_{hl} \operatorname{Pe}_h v$.

В разделе 4.5 представлены результаты расчета температурного поля в интервале изменения проходного сечения скважины. Построение графиков по формуле

$$T = \begin{cases} T_l, & 0 < z < L, \\ T_h, & z \geq L, \end{cases}$$

позволяет оценить температурные аномалии, возникающие при изменении проходного сечения потока. Заметим, что при $r_l = r_h$, $v_l = v_h$, $R_l(r) = R_h(r)$ и одинаковых температурных сигналах решения (38) и (39) после перехода к оригиналам совпадают. Если $L \rightarrow 0$, то решение задачи с переменным проходным сечением потока стремится к решению с постоянным $r = r_h$ если $L \rightarrow D$, то к решению с постоянным радиусом $r = r_l$.

На рис. 11, а изображены зависимости средней температуры нефти в скважине от вертикальной координаты z_d для разных значений отношения радиуса верхнего участка трубы к радиусу нижнего $r_{hl} = r_h/r_l$: 1 – 0.7, 2 – 0.9, 3 – 1, 4 – 1.5, 5 – 2, 6 – 5. Другие расчетные параметры: дебит нефти $Q = 50 \text{ м}^3/\text{сут.}$ ($\operatorname{Re} = 3223$), координата изменения радиуса $z_d = H = 40 \text{ м}$, время после начала отбора $t = 2 \text{ часа}$, теплофизические параметры наполняющего флюида (нефть) $\lambda_n = 0.15 \text{ Вт/(м·К)}$, $\eta_n = 1.37 \cdot 10^{-7} \text{ К/атм}$, $c_n = 2000 \text{ Дж/(К·кг)}$, $\rho_n = 900 \text{ кг/м}^3$ и окружающей среды (глина): $\lambda_r = 0.67 \text{ Вт/(м·К)}$, $c_r = 950 \text{ Дж/(К·кг)}$, $\rho_r = 2000 \text{ Дж/(К·кг)}$, геотермический градиент $\Gamma = 0.04 \text{ К/м}$. Прерывистые линии соответствуют сигналу пласта в 0 К, непрерывные – 1 К. Точка изменения радиуса потока находится в пространственном диапазоне затухания температурного сигнала пласта (ПДЗТСП).

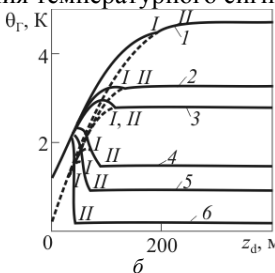
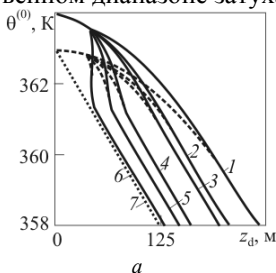


Рис. 11. Зависимость средней (а) и разности средней и геотермической (б) температуры нефти в скважине при дебите $50 \text{ м}^3/\text{сут.}$ от вертикальной координаты z_d для разных $r_{hl} = r_h/r_l$: 1 – $r_{hl} = r_h$, 2 – 0.9, 3 – 1, 4 – 1.5, 5 – 2, 6 – 5, 7 – геотерма. Координата изменения радиуса $z_d = H = 40 \text{ м}$

Увеличение радиуса проходного сечения приближает температуру потока к геотермической, зона установления температуры становится меньше, это объясняется уменьшением скорости движения нефти при возрастании площади проходного сечения. На рис. 11, б показана зависимость разности

средней и геотермической температуры нефти в скважине от вертикальной координаты. Из рисунка видно, что кроме пространственного диапазона конвективного влияния (ПДКВ), верхняя граница которого рассчитывается из соотношения

$$Z = \begin{cases} v_l t, & t < H / v_l, \\ H \left(-v_{hl} \right) \int v_h t, & t > H / v_l, \end{cases}$$

существует ПДЗТСП, размеры которого меньше ПДКВ. Точка *I* соответствует верхней границе ПДЗТСП, при этом учитывается вклад изменения диаметра сечения потока. Из рисунка 11, б видно, что положение этой границы смещается вверх с уменьшением диаметра нижней части трубы. Точка *II* является границей раздела двух зон: зоны стабилизации теплообмена $0 < z < Z$ и зоны постоянных градиентов $Z < z < D$ с учетом изменения площади проходного сечения. Диапазон глубин от точки изменения проходного сечения до точки *II* соответствует зоне экранирования температурного сигнала за счет изменения площади проходного сечения. Наличие этой зоны следует учитывать при выявлении интервалов заколонного движения жидкости. Отметим, что существование зоны от точки *I* до точки *II* объясняется только влиянием изменения площади проходного сечения. На кривой 3, где отношение радиусов проходных сечений равно единице, точки *I* и *II* совпадают. Выпуклость температурных кривых в зоне *I* – *II* при уменьшении диаметра потока и вогнутость при его увеличении объясняется изменением условий теплообмена при изменении скорости флюида.

Полученные решения способствуют более глубокому анализу теплофизических процессов, происходящих в скважинах. Это проиллюстрировано на примере формирования температурного поля в области изменения диаметра потока. Такие случаи часто встречаются в скважинных условиях, и возникающие аномалии часто ошибочно интерпретируются как заколонные перетоки.

В **пятой главе** рассмотрено решение задачи о температурном поле в слоисто-неоднородной ортотропной пористой среде с учетом теплообмена с окружающими породами при отборе флюида из пласта (6)–(12), позволяющее оценить температурный сигнал пласта при заданных теплофизических и гидродинамических характеристиках флюида и коллектора.

В **разделе 5.1** определена базисная совокупность безразмерных параметров для задачи (6)–(12)

$$\begin{aligned} r &= r_d / h, \quad z = z_d / h, \quad \text{Fo} = t a_{z1} / h^2, \quad u = u_d h / a_{z1}, \quad \lambda = \lambda_{z2} / \lambda_{z1}, \quad \Lambda = \lambda_{z1} / \lambda_z, \\ \alpha^{-2} &= a_{z2} / a_{z1}, \quad T = \left(-\theta_0 + \Gamma z_d \right) \int \theta_{11}, \quad T_1 = \left(-\theta_0 + \Gamma h + \Gamma_1 \left(-h \right) \int \theta_{11}, \right. \\ T_2 &= \left(-\theta_2 - \theta_0 - \Gamma h + \Gamma_1 \left(-h \right) \int \theta_{11} + h \right) \int \theta_{11}, \quad Q(r, \text{Fo}) = Q_d(r_d, t) h^2 / \theta_{11} a_{z1}. \end{aligned}$$

В обезразмеренную задачу формально введен параметр асимптотического разложения.

В разделе 5.2 осуществлена постановка задачи в нулевом асимптотическом приближении. В разделе 5.3 представлено осреднение исходной задачи для случая не зависящей от z скорости конвективного переноса тепла. Раздел 5.4 содержит решение задачи для нулевого приближения при условии, что вкладом теплоотдачи из слоя в сравнении с конвекцией можно пренебречь.

В разделе 5.5 иллюстрируется решение задачи о теплообмене при фильтрации углеводородов в слоистой среде в нулевом асимптотическом приближении. Соответствующие выражения в нулевом приближении в пространстве изображений Лапласа – Карсона запишутся как

$$\begin{aligned} T^{\Theta \bar{z}} &= \int_{\tau}^{\infty} Q^{\bar{z}}(\Theta', p) \exp \left[\left(\chi + \chi \sqrt{p \text{Fi}_+} \right) (\Theta' - \tau) \right] d\tau = \\ &= - \int_r^{\infty} Q^{\bar{z}}(\Theta', p) \exp \left[\left(\chi + \chi \sqrt{p \text{Fi}_+} \right) \int_r^{r'} \frac{dr''}{u(\Theta'')} \right] \frac{dr'}{u(\Theta')}, \\ T_1^{\Theta \bar{z}} &= - \int_r^{\infty} Q^{\bar{z}}(\Theta', p) \exp \left[\left(\chi + \chi \sqrt{p \text{Fi}_+} \right) \int_r^{r'} \frac{dr''}{u(\Theta'')} - \sqrt{p \Theta} - 1 \right] \frac{dr'}{u(\Theta')}, \\ T_2^{\Theta \bar{z}} &= - \int_r^{\infty} Q^{\bar{z}}(\Theta', p) \exp \left[\left(\chi + \chi \sqrt{p \text{Fi}_+} \right) \int_r^{r'} \frac{dr''}{u(\Theta'')} + \alpha \sqrt{p \Theta} + 1 \right] \frac{dr'}{u(\Theta')}, \end{aligned}$$

где $\text{Fi}_+ = 0.5 \cdot (\chi + \lambda \alpha)$.

Установлено, что в частных случаях нулевое приближение совпадает с зависимостями, полученными ранее другими авторами. Частный случай этой задачи, сформулированный по схеме сосредоточенной емкости для осредненной по толщине центрального пласта температуры, был объектом докторской диссертации проф. А.И. Филиппова.

В разделе 5.6 на основе оценки осредненной по толщине центрального пласта задачи для остаточного члена после первого коэффициента разложения по формальному параметру получено дополнительное среднееинтегральное условие, используемое при решении задачи для первого коэффициента разложения.

В разделе 5.7 получены выражения для первого коэффициента разложения, позволяющие строить вертикальный профиль температуры в среднем слое

$$T^{\Theta \bar{z}} = - \lambda \left(\frac{z^2}{2} \text{Fi}_+ + z \text{Fi}_+ \right) \sqrt{p} T^{\Theta \bar{z}} - \int_r^{\infty} F^{\bar{z}}(\Theta', p) \exp \left[\left(\chi + \chi \sqrt{p \text{Fi}_+} \right) \int_r^{r'} \frac{dr''}{u(\Theta'')} \right] \frac{dr'}{u(\Theta')},$$

$$T_1^{\pm} = - \left\{ \Lambda \left(\frac{1}{2} Fi_+ + Fi_- \right) \sqrt{pT^{\pm}} + \int_r^{\infty} F^{\pm}(\epsilon', p) \exp \left[\left(\epsilon + \chi \sqrt{pFi_+} \right) \int_r^{\epsilon'} \frac{dr''}{u(\epsilon'')} \right] \frac{dr'}{u(\epsilon')} \right\} \times \\ \times \exp \left[\pm \sqrt{p} \epsilon - 1 \right],$$

$$T_2^{\pm} = - \left\{ \Lambda \left(\frac{1}{2} Fi_+ - Fi_- \right) \sqrt{pT^{\pm}} + \int_r^{\infty} F^{\pm}(\epsilon', p) \exp \left[\left(\epsilon + \chi \sqrt{pFi_+} \right) \int_r^{\epsilon'} \frac{dr''}{u(\epsilon'')} \right] \frac{dr'}{u(\epsilon')} \right\} \times \\ \times \exp \left[\pm \sqrt{p} \epsilon + 1 \right]$$

где $Fi_- = 0.5 \cdot (\epsilon - \lambda \alpha_-)$.

Первый коэффициент описывает зависимость температуры в пласте от вертикальной координаты. Применительно к баротермическому эффекту в нефтяном пласте эти зависимости получены впервые.

Раздел 5.8 содержит результаты расчетов, оценку баротермического эффекта и сопоставление теоретических кривых с экспериментальными.

На рис. 12. изображена динамика источника тепла на разных расстоя-

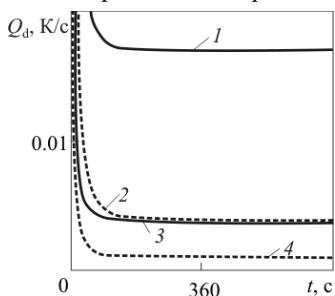


Рис. 12. Эволюция источника тепла на разных расстояниях от скважины и при различных значениях горизонтальной компоненты проницаемости. Шифр кривых: 1 – $k_r = 10^{-14} \text{ м}^2$, $r = 0.5 \text{ м}$; 2 – 10^{-14} м^2 , 1 м ; 3 – $5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$, 0.5 м ; 4 – $5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$, 1 м

ниях от скважины, при различных значениях горизонтальной компоненты проницаемости. Расчетные параметры: коэффициент Джоуля – Томсона $\epsilon = 3 \cdot 10^{-7} \text{ К/Па}$, адиабатический коэффициент $\eta = 4 \cdot 10^{-8} \text{ К/Па}$, теплоемкость жидкости $c = 2000 \text{ Дж/(К·кг)}$, теплоемкость пласта $c_1 = 810 \text{ Дж/(К·кг)}$, плотность жидкости $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность пласта $\rho_1 = 2060 \text{ кг/м}^3$, вертикальные компоненты проницаемости окружающих пропластков $k_{z1} = k_{z2} = 10^{-11} \text{ м}^2$, $m_1 = m_2 = 0.1$, $\beta_1 = \beta_2 = 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, дебит $Q = 6.4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$, $h = 0.5 \text{ м}$. Из рис. 12 следует, что через несколько минут после начала отбора зависимость баротермического эффекта от вре-

мени можно пренебречь. Показано, что температурный эффект, который обусловлен нестационарной фильтрацией в слоисто-неоднородном анизотропном пористом пласте, увеличивается с течением времени и уменьшается при удалении от скважины. Основными параметрами, оказывающими влияние на значение температурного сигнала пласта, являются: дебит, мощность нефтенасыщенной средней области, теплофизические характеристики фильтрующей жидкости и окружающих пород, а также горизонтальная компонента проницаемости среднего пропластка. Гидродинамические характеристики окру-

жающей среды на исследуемый температурный эффект влияют незначительно.

На рис.13, *а, б* представлены сопоставления теоретических и экспериментальных кривых. На рис.13, *а* сопоставлены опытная [Чекалюк Э.Б., 1965] и теоретическая кривые изменения забойной температуры со временем. Опытная кривая зарегистрирована после пуска скважины 108 Шебелинского месторождения с постоянным отбором газа $5.45 \text{ м}^3/\text{с}$. Мощность основного продуктивного пласта 23 м, диаметр ствола скважины 25 см. В расчетах принято $Q = 5.45 \text{ м}^3/\text{с}$, $r_{\text{од}} = 0.125 \text{ м}$, $h = 11.5 \text{ м}$, $m = m_1 = 0.1$, $\beta = \beta_1 = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, $\mu = 13 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $k_z = 10^{-13} \text{ м}^2$, $k_r = 1.8 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$, $k_{z1} = 10^{-15} \text{ м}^2$. Из рисунка видно хорошее согласие теоретической и экспериментальной зависимостей. Амплитудная погрешность теоретической кривой не превышает 1 К или 4 % в относительных единицах. Рис. 13, *б* иллюстрирует сопоставление экспериментальной [Филиппов А.И., 2000] и теоретической зависимостей баротермического эффекта от времени. Расчетные параметры: $\varepsilon = 10^{-7} \text{ К/Па}$, $\eta = 6 \cdot 10^{-6} \text{ К/Па}$, $Q = 15 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$, $r_{\text{од}} = 0.125 \text{ м}$, $h = 2.4 \text{ м}$, $m = m_1 = 0.1$, $\beta = \beta_1 = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, $\mu = 0.08 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $k_r = 10^{-13} \text{ м}^2$, $k_{z1} = k_{z2} = 10^{-15} \text{ м}^2$. Анализ кривых показывает удовлетворительное согласие теоретической и экспериментальной зависимостей. Максимальная погрешность теоретической кривой наблюдается при значении времени 20 часов и составляет 0.2 К или 10 %. При увеличении времени погрешность моделирования уменьшается и при $t > 60$ часов не превышает 1 %. Расхождение между теоретической и экспериментальной кривыми при t около 20 часов, видимо, связана с влиянием кольцевой неоднородности призабойной зоны пласта, которая в расчетах не учитывается.

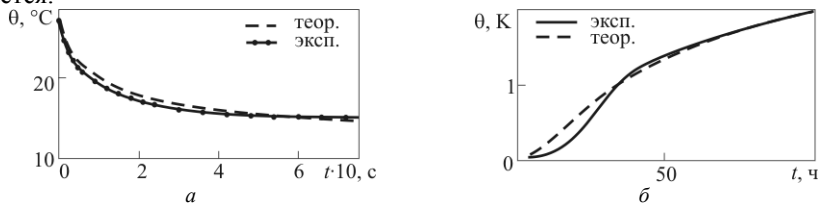


Рис. 13. Сопоставления экспериментальной и теоретической кривых: *а*) изменения забойной температуры со временем [Чекалюк Э.Б., 1965]; *б*) зависимости баротермического эффекта от времени [Филиппов А.И., 2000]

Показано, что при описании температурного поля баротермического эффекта в слоисто-неоднородном пласте в нулевом асимптотическом приближении достаточно в качестве скорости конвективного переноса и функции источников использовать средние интегральные по толщине пласта значения. Найденные в данной главе формулы позволили определить величину температурного сигнала пласта, используемую как граничное условие в задаче о температурном поле в стволе действующей скважины. Расчетами подтверждено, что в зависимости от условий фильтрации баротермический эф-

фект может иметь порядок от 0.1 до 10 К, что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Из представленного решения следует также, что, для определения баротермического эффекта в пласте и корректного расчета температурного сигнала пласта, необходимо определить поле давления в вертикально неоднородном пласте, что стало целью следующей главы.

В **шестой главе** получены аналитические зависимости пространственно-временных распределений давления в слоисто-неоднородной анизотропной пористой среде, которые можно широко использовать для практических расчетов полей давления в природных коллекторах и уточнения представлений о процессах нефтеотдачи неоднородных и анизотропных пластов, которыми реальные природные коллекторы нефти и газа чаще всего являются. Приведены результаты расчетов полей по полученным формулам.

Определены производные от функции давления по времени и радиальной координате, необходимые для расчета температурного сигнала пласта по формулам, полученным в главе 5.

В **разделе 6.1.** задача (13)–(20) приведена к безразмерным координатам с использованием соотношений

$$P = \Phi_d - P \int P_{00}, \quad r = r_d/h, \quad r_0 = r_{d0}/h, \quad z = z_d/h, \quad \tau = \chi_{z1} t/h^2, \quad {}^2\chi_z = \chi_{z2}/\chi_{z1}, \\ {}^0\chi_z = \chi_z/\chi_{z1}, \quad {}^1\chi_r = \chi_{r1}/\chi_{z1}, \quad {}^2\chi_r = \chi_{r2}/\chi_{z1}, \quad {}^0\chi_r = \chi_r/\chi_{z1}, \quad k_1 = k_{z1}/k_z, \\ k_2 = k_{z2}/k_z, \quad q = Q\mu/(\pi k_r h P_{00}).$$

В **разделе 6.2** введен произвольный асимптотический параметр ε путем формальной замены коэффициента проницаемости k_z на k_z/ε . Отсюда следует, что уменьшение параметра ε соответствует возрастанию вертикальной проницаемости центральной области k_z . Последнее означает, что давление по толщине пласта в нулевом приближении как бы мгновенно выравнивается и не зависит от вертикальной координаты z при $|z| < 1$. В этом заключается физический смысл реализованной параметризации задачи о поле давления.

В **разделе 6.3** представлена постановка задачи о нестационарном поле давления в нулевом приближении, решение которой в пространстве изображений проиллюстрировано в **разделе 6.4.** **Раздел 6.5** содержит постановку задачи для первого коэффициента разложения. Дополнительное условие для нахождения первого коэффициента асимптотического разложения определено из анализа задачи для остаточного члена в **разделе 6.6.**

В **разделе 6.7** найдены простые аналитические формулы для нестационарных полей давления при заданном отборе из неоднородных анизотропных пластов в первом асимптотическом приближении в предположении радиального течения на основе модификации асимптотического метода. По-

гранслоинные поправки, необходимость которых обусловлена изменением начального условия, найдены в **разделе 6.8**.

В **разделе 6.9** показано, что построенные на основе развитой модификации асимптотического метода нулевой и первый коэффициенты асимптотического разложения совпадают с соответствующими коэффициентами формального разложения точного решения аксиально-симметричной задачи фильтрации в ряд Маклорена, что явилось подтверждением достоверности разработанного метода исследования физических полей. Оригиналы для асимптотических решений найдены в **разделе 6.10**.

Раздел 6.11 содержит результаты анализа расчетов полей давления в пласте и сопоставление теории с экспериментом. На рисунке 14 представлено сопоставление экспериментальной [Чекалюк Э.Б., 1965] и теоретической кривых изменения забойного давления со временем.

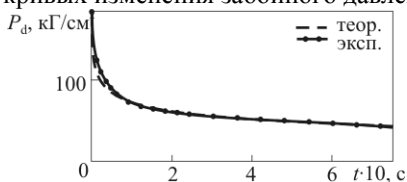


Рис. 14. Сопоставление экспериментальной [Чекалюк Э.Б., 1965] и теоретической кривых изменения забойного давления со временем

$m = m_1 = 0.1$, $\beta = \beta_1 = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, $\mu = 13 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $k_z = 10^{-13} \text{ м}^2$, $k_r = 1.8 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$, $k_{z1} = 10^{-15} \text{ м}^2$. Из анализа кривых видно, что при временах $t > 10 \text{ с}$ теоретическая и экспериментальная кривые практически совпадают. Относительное максимальное расхождение между кривыми наблюдается при $t \approx 3 \text{ с}$ и составляет 6 %.

Численные эксперименты показали, что при уменьшении проницаемости k_r , пористости, сжимаемости или мощности пласта-коллектора, а также при увеличении вязкости фильтрующейся жидкости требуется больший градиент давления для сохранения постоянного значения отбора извлекаемых углеводородов. Для изотропного пласта-коллектора, окруженного средой с меньшей или равной пьезопроводностью, наблюдается независимость возмущения давления от сжимаемости и пористости пласта-коллектора.

В **разделе 6.12** определены производные от функции давления по времени и радиальной координате, необходимые для расчета температурного сигнала пласта по формулам, полученным в главе 5

$$\frac{\partial P_d}{\partial r_d} = - \frac{Q \mu \sqrt{m_1 \beta_1 \mu}}{4 \pi^{3/2} k_r r_d \sqrt{t k_{z1}}} \int_0^{\infty} \exp \left(- \frac{\zeta^2 h^2 \mu m_1 \beta_1}{4 t k_{z1}} \right) \times$$

Экспериментальная кривая зарегистрирована после пуска скважины № 108 Шебелинского месторождения с постоянным отбором газа $5.45 \text{ м}^3/\text{с}$. Мощность основного продуктивного пласта 23 м, диаметр ствола скважины 25 см. Компоненты пьезопроводности определены по формуле $\chi = k / (m \mu \beta)$. Расчетные параметры: $Q = 5.45 \text{ м}^3/\text{с}$, $r_{0d} = 0.125 \text{ м}$, $h = 11.5 \text{ м}$,

$$\begin{aligned}
& \times \exp \left(-\frac{r_d^2}{4h^2\zeta} \frac{\sqrt{k_{z1}} (\sqrt{k_{z1}m_1\beta_1} + \sqrt{k_{z2}m_2\beta_2})}{2k_r\sqrt{m_1\beta_1}} \right) d\zeta, \\
\frac{\partial P_d}{\partial t} = & -\frac{Q\mu\sqrt{m_1\beta_1}}{4\pi^{3/2}k_r\sqrt{t k_{z1}}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{\zeta^2 h^2 \mu m_1 \beta_1}{4t k_{z1}} \right) \frac{1}{2\zeta^2} \frac{r_d^2}{4h^2\zeta} \times \\
& \times \exp \left(-\frac{r_d^2}{4h^2\zeta} \frac{\sqrt{k_{z1}} (\sqrt{k_{z1}m_1\beta_1} + \sqrt{k_{z2}m_2\beta_2})}{2k_r\sqrt{m_1\beta_1}} \right) \frac{\sqrt{k_{z1}} (\sqrt{k_{z1}m_1\beta_1} + \sqrt{k_{z2}m_2\beta_2})}{2k_r\sqrt{m_1\beta_1}} d\zeta.
\end{aligned}$$

В **Приложении А** экспериментальные зависимости теплоемкости и теплопроводности аппроксимированы линейной функцией (погрешность аппроксимации не превышает 1 %). Показано, что температурные коэффициенты теплоемкости и теплопроводности представляют малые параметры задачи. В **Приложениях Б – Ж** показано использование метода пространственного покоэффициентного осреднения по этапам (рис. 4) на примере частного случая задачи о поле давления, представленной в разделе 1.9 (**Приложение Б**) и практически важных частных случаев задачи о нестационарном теплообмене в скважине, представленных в разделах 2.11, 3.1, 3.2. В частных случаях, когда постановка задачи не содержит переменных коэффициентов (**Приложения Б, Ж**) показано, что коэффициенты разложения точного решения в ряд Маклорена совпадают с коэффициентами асимптотического разложения.

Анализируя содержание глав 5 и 6 настоящей работы, можно утверждать, что создана принципиально новая математическая модель взаимосвязанных полей давления и температуры в реальных коллекторах нефти. Эта модель обеспечивает определение температурных возмущений и величины баротермического эффекта при фильтрации флюида от периферии к скважине и тем самым обеспечивает определение температурного сигнала пласта в развитой в главах 1–4 модели температурного поля в скважине.

Общетеоретическое значение результатов работы заключается в том, что на примерах практически важных задач тепломассопереноса проиллюстрированы принципиально новые возможности асимптотического метода пространственного покоэффициентного осреднения для исследования нелинейных задач с переменными коэффициентами, поскольку задачи для коэффициентов асимптотического разложения не содержат переменных коэффициентов и являются линейными и для них применимы хорошо развитые классические методы, такие как интегральные преобразования.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Результаты, полученные автором, представляют крупное научное достижение в научном направлении скважинной теплофизики – асимптотическое представление физических полей температуры и давления, описывающихся задачами сопряжения для уравнений подземной гидродинамики с переменными коэффициентами. Развита метод решения соответствующих задач, заключающийся в представлении исходной задачи более простыми для коэффициентов асимптотического разложения искомого решения по формальному параметру. Применение развитого метода к задачам подземной термогидродинамики позволило найти новое решение о взаимосвязанных полях температуры и давления в пласте и скважине. Полученные решения задач о полях температуры и давления в пласте и скважине составляют основу новой объединенной математической модели нестационарного тепло- массообмена потоков жидкости или газа. Все полученные результаты относятся к нефтегазовой промышленности, имеющей важное значение в экономике страны.

Основные результаты и выводы работы заключаются в следующем.

1. Систематизирована и развита модификация асимптотического метода, позволяющая решать задачи о взаимосвязанных полях температуры и давления в пласте и действующей скважине. Наиболее существенным достижением в направлении развития метода является разработка процедуры, позволившая осуществить корректно подход в реализации асимптотического метода для задач с переменными коэффициентами. В центре этого подхода лежит применение метода формального параметра к задаче для остаточного члена.

2. Показано, что задачи для коэффициентов разложения остаточного члена по формальному параметру не содержат переменных коэффициентов и позволяют реализовать процедуру интегрального осреднения корректно. Это достижение позволило построить решение задач о температурном поле ламинарного и турбулентного потоков в нулевом и первом асимптотических приближениях, а также аналитически исследовать поля давления в неоднородных пластах с произвольным распределением проницаемостей по толщине пласта.

3. Развитие указанного метода позволило также создать обобщенную процедуру построения стационарных решений задач теплопроводности и пьезопроводности в ограниченных пространственных подобластях области определения задач.

4. На основании решений ряда конкретных задач сопряжения математической физики получены асимптотические формулы для расчета реальных радиальных перепадов температуры ламинарных и турбулентных потоков между любой точкой внутри скважины и ее стенкой как для случая постоян-

ных вертикальных градиентов температуры, так и для более общего случая, в котором вертикальные градиенты определяются на основе решения соответствующих краевых задач.

5. Для описания температурного поля в скважине вблизи интервала перфорации на основе применения асимптотического метода развита модель температурного поля, индуцированного нестационарными полями давления упругого режима течения в нефтяных пластах. В итоге созданы новые способы расчетов переходных температурных полей, возникающих в скважинах и пластах при фильтрации флюида.

6. Расчеты, выполненные на основе полученных асимптотических формул, позволили уточнить представления о динамике температурных аномалий, обусловленных вкладом температурного сигнала пласта с учетом полученных радиальных распределений. В частности показано, что зона влияния температурных сигналов пласта существенно зависит от состава жидкости в скважине, теплофизических свойств окружающих пород и практически не зависит от положения термометра относительно оси скважины. Установлена зависимость времени подхода температурного сигнала пласта от глубины расположения термометра, дебита скважины, теплофизических свойств флюида и окружающей среды.

7. Определен критерий для оценки интервала Z влияния температурного сигнала на входе в интервал измерений и его зависимости от времени, связывающий числа Пекле Pe , Фурье Fo и относительный радиус v , и средние значения функции радиального распределения скорости

$$R_1 \langle \overline{r'R(r')} \rangle = \int_0^1 r'R(r') dr' = \frac{1}{2} \langle R(r) \rangle \text{ для различных профилей } R(r):$$

$$R_1 \langle \overline{Pe} \sqrt{Fo - Z/2R_1 \langle \overline{Pe} \rangle} = 0.43\chi Z, Fo > Z/2R_1 \langle \overline{Pe} \rangle.$$

Размеры этого интервала значительно меньше пространственного диапазона конвективного влияния $Z_f = 2R_1 \langle \overline{Pe} \rangle Fo$ и не зависят от распределения коэффициента теплопроводности по радиусу в турбулентном потоке.

8. Исследованы особенности эволюции температурного поля в окрестности зоны изменения проходного сечения скважины, а также зависимости размеров зоны температурного влияния от соотношения площадей и расположения точки изменения проходного сечения, теплофизических свойств жидкости и окружающих пород.

9. Показано, что наряду с пространственным диапазоном конвективного влияния пласта, верхняя граница которого рассчитывается из соотношения $Z = Pe \cdot Fo$ ($Z_d = vt$), существует пространственный диапазон затухания температурного сигнала пласта. Положение верхней границы этого диапазона существенно зависит от величины температурного сигнала пласта,

состава жидкости в скважине и теплофизических свойств окружающих пород.

10. Поле давления в слоисто-неоднородной среде, осредненное по толщине нефтяного пласта, (а также величина баротермического эффекта) не зависит от вертикальной составляющей проницаемости, а зависит от проницаемостей настилающего и подстилающего пластов и горизонтальной составляющей проницаемости этого пласта.

Полученные в диссертации результаты представляют новое эффективное направление использования асимптотических методов в теплофизике, подземной гидродинамике и физике нефтяного пласта, решении задач сопряжения математической физики и открывают перспективы для новых исследований.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Монографии

1. Ахметова, О.В. Температурные поля ламинарных и турбулентных потоков жидкости в скважинах/ А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.С. Родионов // Уфа: Изд-во УГНТУ, 2013.
2. Ахметова, О.В. Температурное поле в пласте и скважине / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова // Уфа: АН РБ, Гилем, 2011.

В изданиях, переводные версии которых входят в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science, Scopus

3. Akhmetova, O.V. Pressure Field in the Process of Radial Filtration in a Nonuniform Orthotropic Stratum in the Asymptotic Approximation / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, M.R. Gubaydullin // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2015. Vol. 88. No 6. pp. 1329–1340.
4. Akhmetova, O.V. Pressure Field in Vertical Gas Flow in a Well / A.I. Filippov O.V. Akhmetova, K.V. Ovefirenko, E.S. Telitsyn // Russian Physics Journal. 2015. Vol. 58. No 8. pp. 1080–1086.
5. Akhmetova, O.V. Temperature field in inhomogeneous strongly anisotropic medium with sources / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, M.A. Zelenova, M.A. Asylbaev // Journal of Engineering Thermophysics. 2014. Vol. 23. No 2. pp. 158–170.
6. Akhmetova, O.V. Asymptotic Representations of Elastic Wave Fields in Permeable Strata / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, G.F. Zamanova // Acoustical Physics. 2013. Vol. 59. No 5. pp. 548–558.
7. Akhmetova, O.V. Temperature field of heat sources during fluid injection in an anisotropic inhomogeneous reservoir / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, I.F. Kabirotov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2013. Vol. 54. No 6. pp. 945–951.
8. Akhmetova, O.V. Temperature Field of Turbulent Flow in a Well / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, A.S. Rodionov // High Temperature. 2013. Vol. 51. No 2. pp. 246–255.
9. Akhmetova, O.V. Thermologging problem with a given radial oil-velocity profile in the well shaft / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, M.A. Zelenova, A.S. Rodionov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2013. Vol. 86. No 1. pp. 183–204.

10. Akhmetova, O.V. Filtration pressure field in an inhomogeneous bed in constant drainage / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, I.M. Filippov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2012. Vol. 85. No 1. pp. 11–28.
11. Akhmetova, O.V. Quasi-one-dimensional nonstationary temperature field of a turbulent flow in a well / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, A.S. Rodionov // Journal of Engineering Thermophysics. 2012. Vol. 21. No 3. pp. 167–180.
12. Akhmetova, O.V. Quasi-Steady-State Pressure Fields in Linear Flow through a Porous Inhomogeneous Anisotropic Reservoir in the Asymptotic Approximation / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, I.M. Filippov // Fluid dynamics. 2012. Vol. 47. No. 3. pp. 364–374.
13. Akhmetova, O.V. Investigation of the temperature fields of a gas flow in a well / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, M.A. Zelenova, A.G. Krupinov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2011. Vol. 84. No 5. pp. 1132–1147.
14. Akhmetova, O.V. Subsonic flow of a real compressible gas in a vertical pipe / A.I. Filippov, O.V. Akhmetova, A.G. Krupinov // Russian Physics Journal. 2011. Vol. 54. No 12. pp. 1423–1426.
15. Akhmetova, O.V. Analysis of the temperature field of cylindrical flow based of an on-the-average exact solution / A.I. Filippov, P.N. Mikhailov, O.V. Akhmetova, M.A. Goryunova // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2010. Vol. 51. № 3. pp. 369–376.
16. Akhmetova, O.V. Construction of «on the average exact» asymptotic solution of the problem on radial distribution of temperature field in a well / A.I. Filippov, P.N. Mikhailov, O.V. Akhmetova, M.A. Goryunova // High Temperature. 2008. Vol. 46. No 3. pp. 406–413.
17. Akhmetova, O.V. The main problem of temperature survey / A.I. Filippov, P.N. Mikhailov, O.V. Akhmetova // High Temperature. 2006. Vol. 44. No 5. pp. 743–751.

В изданиях из перечня ВАК РФ

18. Ахметова, О.В. Первое асимптотическое приближение задачи о поле давления в неоднородной ортотропной пористой среде / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, М.Р. Губайдуллин // Известия Уфимского научного центра РАН. 2016. № 1. С. 5–12.
19. Ахметова, О.В. Асимптотически осредненное решение задачи о поле давления в слоисто-неоднородной пористой среде/ А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.Р. Губайдуллин // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. 2015. №3. С. 693–712. URL: [http://www.ogbus.ru /issues/3_2015/ogbus_3_2015_p693-712_FilippovAI_ru.pdf](http://www.ogbus.ru/issues/3_2015/ogbus_3_2015_p693-712_FilippovAI_ru.pdf)
20. Ахметова, О.В. Представление фильтрационно-волновых полей в слоистой анизотропной среде в виде плоской волны (часть I)/ А.И. Филиппов, О.В. Ахметова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 1 (1). С. 65–76.
21. Ахметова, О.В. Представление фильтрационно-волновых полей в слоистой анизотропной среде в виде плоской волны (часть II)/ А.И. Филиппов, О.В. Ахметова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 2 (2). С. 92–103.
22. Ахметова, О.В. Поле плотности стационарного ламинарного потока газа в скважине/ А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, К.В. Олефиренко // Научно-технический вестник Поволжья. 2014. №4. С. 31–33.

23. Ахметова, О.В. Установившиеся двумерные фильтрационно-волновые поля при заданных гармонических возмущениях давления на границе / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, Г.Ф. Заманова, А.А. Ковальский // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. 2014. №5. С. 181–208. URL: http://ogbus.ru/issues/5_2014/ogbus_5_2014_p181-208_FilippovAI_ru.pdf
24. Ахметова, О.В. Новый метод исследования полей давления в неоднородном ортотропном пористом пласте / П.Н. Михайлов, О.В. Ахметова, И.М. Филиппов // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18. № 2. С. 363–366.
25. Ахметова, О.В. Расчет асимптотически осредненного температурного поля турбулентного газового потока в вертикальной скважине / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, К.В. Олефиренко // Нефтегазовое дело. 2013. № 11-4. С. 150–157.
26. Ахметова, О.В. Фильтрационные волны в слабоанизотропной среде / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, Г.Ф. Заманова // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18. № 4. С. 1004–1005.
27. Ахметова, О.В. Асимптотическое осреднение температуры турбулентного потока в скважине / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.С. Родионов // Вестник Тюменского государственного университета. 2012. № 4. С. 6–13.
28. Ахметова, О.В. Задача о квазистационарном температурном поле в анизотропном слое с источниками при наличии конвекции / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, И.Ф. Кабиров // Научно – технический вестник Поволжья. 2011. №5. С. 9–21.
29. Ахметова, О.В. Математическое моделирование температурного поля цилиндрического потока смеси жидкостей / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, В.А. Рогов // Вестник ХНТУ. 2011. №3 (42). С. 455–459.
30. Ахметова, О.В. Расчеты поля давления стационарного потока газа в скважине / О.В. Ахметова, А.Г. Крупинов // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Т.7. №11.1. С. 133–137.
31. Ахметова, О.В. Расчеты температурного поля в газовой скважине / А.И. Филиппов, М.А. Зеленова, О.В. Ахметова, А.Г. Крупинов // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. 2011. №6. С. 350–365. URL: http://www.ogbus.ru/authors/FilippovAI/FilippovAI_1.pdf.
32. Ахметова, О.В. Исследование температурных полей в трубах переменного радиуса/ А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.С. Родионов, М.А. Зеленова // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2010. Т.6. № 10. С.171–178.
33. Ахметова, О.В. Температурное поле в скважине с учетом профиля скорости течения флюида/ А.И. Филиппов, П.Н. Михайлов, О.В. Ахметова // Обзорение прикладной и промышленной математики. 2007. Т. 14. № 4. С. 731–732.

Публикации в сборниках трудов и тезисов конференций:

34. Ахметова, О.В. Представление зависимости коэффициента теплопроводности нефти и осадочных пород от температуры в виде линейной функции / О.В. Ахметова // Естественные и математические науки в современном мире. 2016. № 11 (46). С. 61–68.
35. Ахметова, О.В. Нестационарное температурное поле в слоисто-неоднородной ортотропной пористой среде / О.В. Ахметова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т.2. № 3. С. 10–23.
36. Ахметова, О.В. Анализ асимптотического решения задачи о поле давления в слоисто-неоднородном пласте / О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, М.Р. Губайдуллин, Р.В.

- Сираев // Материалы Всероссийской научной конференции «Актуальные вопросы современной науки и образования». Нефтекамск. 2016. С. 137–141.
37. Ахметова, О.В. Нулевое асимптотическое приближение в задаче о поле давления с переменными коэффициентами / О.В. Ахметова, М.Р. Губайдуллин, Р.В. Сираев, Е.Н. Фаттахова // Естественные и математические науки в современном мире. Новосибирск. 2016. С. 91–99.
 38. Ахметова, О.В. Исследование температурного поля турбулентного газового потока в скважине на основе метода покоэффициентного осреднения / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, К.В. Олефиренко // XV Минский Международной форум по тепло- и массообмену. Минск. 2016. С. 441–443.
 39. Ахметова, О.В. Асимптотический метод покоэффициентного осреднения в задаче о поле давления в неоднородном трехслойном пласте / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, М.Р. Губайдуллин // тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы математической физики и вычислительной математики», приуроченной к 110-летию со дня рождения академика А.Н. Тихонова. Москва. 2016. С. 248.
 40. Ахметова, О.В. Задача о температурном поле в скважине с учетом зависимости теплопроводности от температуры / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.Н. Ремеева, Е.П. Щеглова // тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы математической физики и вычислительной математики», приуроченной к 110-летию со дня рождения академика А.Н. Тихонова. Москва. 2016. С. 249.
 41. Ахметова, О.В. Первое асимптотическое приближение решения пространственно-симметричной задачи о поле давления с переменными коэффициентами / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, М.Р. Губайдуллин // Наука вчера, сегодня, завтра. Новосибирск. 2016. №9(31). С. 100–109.
 42. Ахметова, О.В. Использование асимптотического метода для решения задач фильтрации / О.В. Ахметова // Тезисы докладов Международной научно-технической конференции. Наука. Технология. Производство-2015. – Салават. 2015. С. 127–129.
 43. Ахметова, О.В. Асимптотическое представление задачи о прогреве нефтегазового пласта / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.А. Зеленова // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования. Сбор. науч. межд. конф. Алтайский гос. университет. Барнаул. 2015. С. 1229–1234.
 44. Ахметова, О.В. Моделирование полей давления в слоисто-неоднородном анизотропном пласте при различных режимах течения / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.Р. Губайдуллин // Сборник трудов IV Всеросс. науч.-практ. конф. с межд. уч. «Математическое моделирование процессов и систем». Стерлитамак. 2015. С. 144 – 148.
 45. Ахметова, О.В. Моделирование полей давления в пласте с произвольной зависимостью проницаемости от вертикальной координаты / О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, Р.В. Сираев // Сборник трудов IV Всеросс. науч.-практ. конф. с межд. уч. «Математическое моделирование процессов и систем». Стерлитамак. 2015. С. 15–20.
 46. Ахметова, О.В. Нулевое асимптотическое приближение задачи о фильтрационно-волновом поле в пористой среде / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, Л.Р. Юсупова // Инновации в науке. Новосибирск. 2014. № 30-1. С. 27 – 37.
 47. Ахметова, О.В. Модель асимптотически осредненного температурного поля турбулентного газового потока / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, К.В. Олефиренко // Есте-

- ственные и математические науки в современном мире. Новосибирск. 2013. № 13. С. 59 – 67.
48. Ахметова, О.В. Поле давления в неоднородных ортотропных пористых пластах / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.А. Ковальский, М.Р. Губайдуллин // Сборник трудов II Всеросс. науч.-практ. конф. с между. уч. «Математическое моделирование процессов и систем». Стерлитамак. 2013. С. 165 –169.
 49. Ахметова, О.В. Асимптотическое моделирование фильтрационных волновых полей на основе телеграфного уравнения /О.В. Ахметова, Г.Ф. Заманова//: тез. докл. III Всерос. науч. конф. студ., асп., молод. учен. и спец. «Математическое моделирование развития северных территорий Российской Федерации». Якутск. 2012. С. 34–36.
 50. Ахметова, О.В. Математические модели теплопереноса на основе формально-асимптотического параметра /А.И. Филиппов, О.В. Ахметова// тез. докл. III всерос. науч. конф. студ., асп., молод. учен. и спец. «Математическое моделирование развития северных территорий Российской Федерации». Якутск. 2012. С. 36 – 38.
 51. Ахметова, О.В. Моделирование температурного поля флюида в вертикальной трубе, окруженной анизотропной средой /О.В. Ахметова, А.К. Гевлич // тез. докл. межвуз. науч.-технич. конф. студ., асп. и молод. учен. «Наука. Технология. Производство». Салават. 2012. С. 77–78.
 52. Ахметова, О.В. Фильтрационно-волновые поля в неоднородной пористой среде /А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, Г.Ф. Заманова // XIV Минский Международной форум по тепло- и массообмену. Минск. 2012. С. 643–648.
 53. Ахметова, О.В. Теплообмен турбулентного потока в скважине /А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.С. Родионов// XIV Минский Международной форум по тепло- и массообмену. Минск. 2012. С. 643–648.
 54. Ахметова, О.В. Распределение плотности и давления по стволу газовой скважины /О.В. Ахметова, А.Г. Крупинов// сбор. мат. VIII Междунар. науч.-практ. конф. «Наука и современность – 2011». Новосибирск. 2011. С. 63–67.
 55. Ахметова, О.В. Анализ температурного поля цилиндрического потока смеси жидкостей на основе «в среднем точного» решения / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.А. Зеленова, В.А. Рогов // тр. всерос. науч. конф. с междунар. участ. «Дифференциальные уравнения и их приложения». Уфа. 2011. С. 356–359.
 56. Ахметова, О.В. Задача о теплообмене в турбулентных потоках жидкости /А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, А.С. Родионов, Л.Л. Дудина// науч. тр. Стерлитамакской гос. пед. акад. им. Зайнаб Бишевой. Серия: «Физико – математические и естественные науки». Стерлитамак. 2011. №1. С. 132–135.
 57. Ахметова, О.В. Приближенное описание поля давления в неоднородном анизотропном пористом пласте /А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, И.М. Филиппов// науч. тр. Стерлитамакской гос. пед. акад. им. Зайнаб Бишевой. Серия: «Физико – математические и естественные науки». Стерлитамак. №1. 2011. С. 122–131.
 58. Ахметова, О.В. Плотность и давление реального газа в стволе действующей скважины / О.В. Ахметова, А.Г. Крупинов // сбор. науч. тр. по мат. Междунар. науч.-практ. конф. «Тенденции развития научных исследований». Киев. 2010. С. 102–105.
 59. Ахметова, О.В. Исследование температурного поля действующей скважины с учетом фазовых переходов / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.А. Зеленова, А.С. Родионов // мат. всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием. Актуальные проблемы современной науки и образования. Естественные науки. Уфа. 2010. С. 44–49.

60. Ахметова, О.В. Расчеты радиальных распределений температуры турбулентного потока в вертикальной трубе / О.В. Ахметова // Современная парадигма науки и образования: сб. мат. всерос. науч.-практ. конф. Уфа. 2010. С. 416–418.
61. Ахметова, О.В. Решение задачи о температурном поле в скважине для различных режимов течения / О.В. Ахметова, М.А. Горюнова, А.С. Родионов // ВНКСФ 16: Шестнадцатая Всерос. науч. конф. студ. -физиков и молод. уч.: мат. конф., информ. бюл. Волгоград. 2010. С. 43–44.
62. Ахметова, О.В. Температурные поля в трубах переменного радиуса / О.В. Ахметова, А.С. Родионов // сб. тр. всерос. молодеж. науч. конф.: Мавлютовские чтения. Уфа. 2010. Т.5. С. 171 – 172.
63. Ахметова, О.В. Моделирование температурного поля в газовой скважине / А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.А. Зеленова, А.Г. Крупинов // сб. тр. XX междунар. науч.-практ. конф. «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности». Санкт-Петербург. 2010. С. 347–348.
64. Ахметова, О.В. Учет источников в задаче о температурном поле в вертикальном потоке жидкости в скважине /А.И. Филиппов, О.В. Ахметова, М.А. Горюнова, А.С. Родионов// тр. Стерлитамакского филиала АН РБ. Физико-математические и технические науки. Стерлитамак. 2009. №6. С. 182 – 196.
65. Ахметова, О.В. Учет радиального профиля скорости в основной задаче термокариотажа /А.И. Филиппов, П.Н. Михайлов, О.В. Ахметова // тр. Стерлитамакского филиала АН РБ. Серия «Физико-математические и технические науки». Уфа. 2006. С. 19–30.

Подписано в печать 10.02.2017 г. Тираж 120 экз.
Гарнитура «Times Roman». Бумага ксероксная. Формат 60х80_{1/16}.
Печать оперативная. Усл. печ. л. 2,6.
Заказ № 50/17.

Информационно-издательский центр Стерлитамакского филиала
Башкирского государственного университета:
453103, Стерлитамак, пр. Ленина, 49.